

# **Proprietà di trasporto della carica elettrica nei solidi a struttura cristallina.**

**Dispense per il laboratorio di Fisica  
A.A. 1995**

**Andrea Sconza e Giacomo Torzo**  
*Dipartimento di Fisica G. Galilei Padova*

## **Avvertenza introduttiva**

La presente dispensa descrive alcuni esperimenti che possono aiutare a capire molti aspetti della fisica dello stato solido.

L'interpretazione dei risultati di questi esperimenti richiede una certa familiarità con alcuni modelli teorici (principalmente il modello delle bande di energia) che sono affrontati nel corso di fisica dello stato solido, che molti degli studenti che frequenteranno questo laboratorio non hanno ancora completato. Abbiamo perciò premesso alla descrizione degli esperimenti alcuni richiami teorici sui concetti che occorre aver chiari. Il più delle volte abbiamo semplicemente citato dei testi utili per approfondire gli argomenti da noi solo accennati.

Questa dispensa non ha quindi la pretesa di costituire una completa introduzione teorica, ma vuole solo offrire un aiuto per il lavoro in laboratorio.

## **Indice**

**§ 1 I portatori di carica liberi** (la conducibilità elettrica  $\sigma$  dipende solo dalla concentrazione  $n$  dei portatori liberi e dalla loro mobilità  $\mu$ )

§1.1 Il modello a bande di energia e l'energy gap (per spiegare i valori di  $n$  nei metalli, nei semiconduttori e negli isolanti)

§1.2 Proprietà dei semiconduttori (portatori intrinseci, creazione di coppie elettrone-lacuna per mezzo della luce o di particelle ionizzanti, portatori estrinseci)

**§ 2 Il moto dei portatori di carica liberi** (mobilità di deriva  $\mu$ )

**§ 3 La conducibilità elettrica e l'effetto Hall** (come misurare indipendentemente  $n$  e  $\mu$ )

**§ 4 Altri tipi di conduzione**

§ 4.1 Conducibilità ionica

§ 4.2 Superconduttività

**§ 5 La giunzione PN**

**Descrizione degli esperimenti (**

**IIa - Misura delle resistenza elettrica al variare della temperatura**

**IIb - Misura della tensione diretta della giunzione PN in funzione della temperatura**

**III - Misura del coefficiente di Hall (per metalli e semiconduttori)**

**IV - La fotoconduttività**

**V - L'esperimento di Haynes e Shockley**

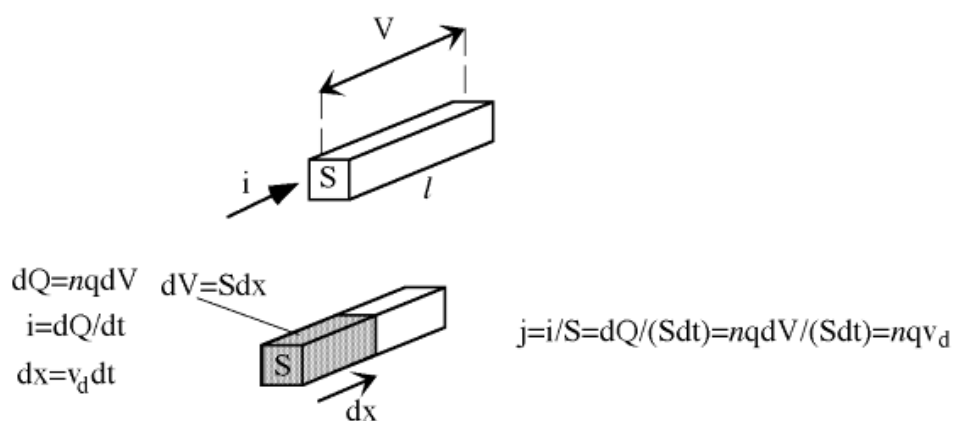
**VI - Misura delle resistenza elettrica di campioni superconduttori HCT**

## §1 I portatori di carica liberi

Il comportamento dei solidi dal punto di vista del trasporto della corrente elettrica si può caratterizzare, disponendo di un campione lungo e stretto, misurandone la resistenza elettrica  $R$  (cioè il rapporto fra la d.d.p ai capi  $V$  e la corrente  $I$ ) Da tale misura si può ricavare la resistività  $\rho$  definita macroscopicamente per un conduttore omogeneo di lunghezza  $l$  e sezione  $S$ , dalla seconda legge di Ohm  $R = \rho l / S$ , o la conducibilità  $\sigma = 1/\rho$ .

Ricordando la prima legge di Ohm ( $V = RI$ ), la  $\sigma$  si può esprimere come  $\sigma = J/E$ , cioè come rapporto fra la densità di corrente  $J$  e l'intensità del campo elettrico  $E$ .

Se pensiamo che la corrente elettrica sia un flusso di microscopici portatori di carica presenti con la concentrazione  $n$ , dotati tutti della stessa carica  $q$  e della stessa *velocità di deriva*  $v_d$  la densità di corrente, cioè la quantità di carica che passa nell'unità di tempo attraverso la sezione unitaria di conduttore, si scrive  $J = q n v_d$ <sup>1</sup>.



La velocità di deriva è proporzionale al campo elettrico  $E$  ed il rapporto  $\mu = v_d/E$  viene chiamato *mobilità di deriva*. Allora  $\sigma = J/E = q n \mu$ .

(Il concetto di mobilità e la sua espressione microscopica saranno trattati in nel § 2)

In conclusione la  $\sigma$  è proporzionale :

- 1) alla *concentrazione e alla carica* dei portatori di carica elettrica liberi
- 2) alla loro *mobilità*, cioè al parametro che tiene conto delle forze resistenti che essi incontrano nel loro movimento .

Per quanto riguarda il punto 1) il comportamento della maggior parte dei solidi cristallini è spiegabile mediante il modello a bande di energia. Fanno eccezione i cristalli ionici ed i superconduttori ai quali si accennerà nel seguito.

<sup>1</sup> Infatti in un secondo passano attraverso la superficie unitaria  $S$  tutti i portatori di carica contenuti nel volume del cilindro di area  $S$  ed altezza  $v_d$ .

## § 1.1 Il modello a bande di energia

Quando si avvicinano  $N$  atomi identici per formare un cristallo ogni livello dell'atomo isolato si scinde in  $N$  sottolivelli la cui separazione in energia dipende dalla distanza fra due atomi adiacenti (figura 1) e in ogni caso è piccolissima per cui i sottolivelli, pur non essendo continui, formano una banda di energia<sup>2</sup>.

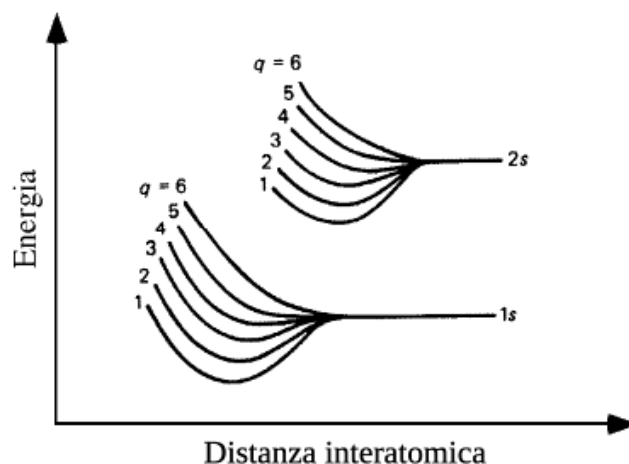


Figura 1: splitting dei livelli in bande di energia al diminuire della distanza interatomica per un *reticolo lineare* costituito da  $N=6$  atomi

Le varie bande possono essere sovrapposte o separate da intervalli di energia proibiti (figura 2). Gli elettroni occupano le bande a partire da quelle ad energia più bassa, rispettando il principio di esclusione di Pauli, per cui ogni banda può contenere solo  $2N$  elettroni ( $N$  livelli  $\cdot$  le due possibilità di spin sù e spin giù).

L'ultima banda occupata è detta *banda di valenza* (BdV) perché contiene gli elettroni più esterni (elettroni di valenza) e quella successiva *banda di conduzione* (BdC).

L'intervallo di energie proibite fra BdV e BdC è detto *banda proibita* o *energy gap*  $E_g$ .

Gli elettroni delle bande profonde (prive di livelli energetici liberi) non si possono muovere sotto l'effetto di un campo elettrico applicato perché non possono acquisire energia dato che per il principio di esclusione non possono salire a livelli permessi di energia superiore (già tutti occupati). Per gli elettroni di valenza ci sono due possibilità:

1) Se la BdV ha molti stati non occupati, come ad esempio succede nel Sodio (figura 2) tutti gli elettroni di valenza possono acquisire energia dal campo elettrico applicato e possono quindi migrare nel solido. La concentrazione dei portatori liberi è elevatissima ( $10^{22} \div 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ) perché ogni atomo fornisce almeno un elettrone.

È il caso dei metalli, i quali per questo hanno una conducibilità elettrica molto alta ( $\approx 10^6 [\Omega \text{ cm}]^{-1}$ ). In pratica si ricade nel modello a gas di elettroni liberi che spiega abbastanza bene il comportamento dei metalli.

<sup>2</sup>Si veda ad es. Shyh Wang: *Fundamentals of Semiconductors Theory and Devices Physics*, Prentice Hall 1989 §4.1 e 4.2, ove è anche riportata l'analogia classica dei circuiti oscillanti accoppiati che hanno due diverse frequenze di oscillazione.

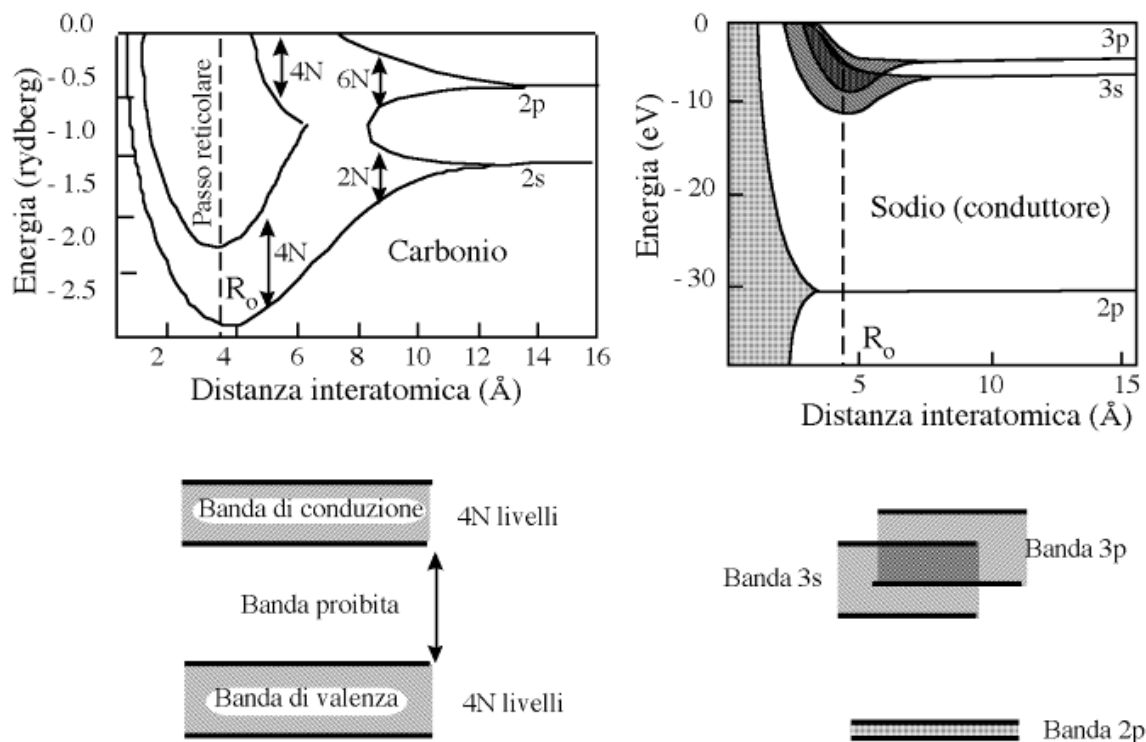


Figura 2 : Illustra la formazione delle bande di energia quando diminuisce la distanza interatomica nel caso di un conduttore (Sodio) e nel caso di un isolante (Diamante). Il Sodio ( $^{11}\text{Na}$ ) ha dieci elettroni interni fortemente legati più un elettrone di valenza in uno dei due stati  $3s$  ( $n=3, m=0, s=\pm 1/2$ ), perciò nel cristallo ci sono  $N$  elettroni di valenza e  $8N$  livelli energetici possibili nelle bande contigue  $3s$  e  $3p$ . Il Carbonio ( $^{12}\text{C}$ ) ha 2 elettroni interni fortemente legati più 4 elettroni di valenza che occupano i 2 stati  $2s$  ( $n=2, m=0, s=\pm 1/2$ ) e parte dei 6 stati  $2p$  ( $n=2, m=0, \pm 1, s=\pm 1/2$ ). A distanze interatomiche grandi la banda che prende origine dagli stati  $2s$  sarebbe completamente piena ( $2N$  elettroni, se  $N$  è il numero di atomi del cristallo) e quella  $2p$  sarebbe riempita solo per  $1/3$  ( $2N$  elettroni su  $6N$  posti). A distanze interatomiche minori gli stati  $2s$  e  $2p$  sono mescolati a formare orbitali ibridi  $sp^3$  ed il numero totale di stati possibili è diviso in due bande di  $4N$  stati ciascuna separate da un ampio intervallo di energie proibite. La banda inferiore (BdV) è completamente piena e quella superiore (BdC) è vuota e perciò il materiale è isolante (Diamante). Il caso dei semiconduttori Si e Ge è qualitativamente simile a quello del C con la differenza che invece degli stati  $2s, 2p$  si tratta rispettivamente degli stati  $3s, 3p$  e  $4s, 4p$ .

2) Se invece gli elettroni di valenza riempiono completamente la BdV, un elettrone per poter acquisire energia dal campo elettrico e quindi potersi muovere nel solido deve passare in BdC. Allo zero assoluto ciò è impossibile; a temperature finite  $T$ , a causa dell'agitazione termica, c'è una probabilità data dal fattore di Boltzmann<sup>3</sup>  $\exp[-E_g/(kT)]$ , che ciò avvenga.

Quando l'energy gap ha un valore elevato questa probabilità è insignificante e quindi avremo un solido isolante come il diamante ( $E_g \approx 5 \text{ eV}$ ) o l'ossido di Silicio ( $E_g \approx 8 \text{ eV}$ ).

Le conducibilità elettriche degli isolanti sono ridottissime ( $\sigma \leq 10^{-12} [\Omega \text{ cm}]^{-1}$ ).

<sup>3</sup>Questo fattore è previsto dalla statistica classica: nella statistica quantistica, poichè gli elettroni hanno spin  $1/2$ , la probabilità che uno stato di energia  $E$  sia occupato è data dalla funzione di distribuzione di Fermi-Dirac  $f(E) = 1/\{1 + \exp[(E - E_F)/kT]\}$ , dove  $k$  è la costante di Boltzmann ed  $E_F$  l'energia di Fermi. Tuttavia a temperature non troppo alte  $E - E_F \approx E_g/2 \gg kT$  e quindi il termine esponenziale è prevalente rispetto all'uno nel denominatore e la funzione di distribuzione è essenzialmente quella di Boltzmann.

Quando l'energy gap è abbastanza piccolo (dell'ordine di 1 eV) una piccola parte degli elettroni di valenza riesce ad avere energia di agitazione termica sufficiente a passare in BdC: è il caso dei semiconduttori puri (semiconduttori intrinseci) la cui conducibilità elettrica è intermedia fra i valori tipici dei conduttori e quelli degli isolanti. Nel Silicio e nel Germanio puri si ha rispettivamente:  $\rho = 4.3 \cdot 10^{-6} [\Omega \text{ cm}]^{-1}$  e  $\rho = 2.1 \cdot 10^{-2} [\Omega \text{ cm}]^{-1}$ .

## §1.2 Proprietà dei semiconduttori

E' importante notare che quando un elettrone passa in banda di conduzione si ha la creazione di una *coppia di portatori intrinseci*: per ogni elettrone che entra in BdC si crea una *lacuna* (o *buca*) in BdV. Sotto l'azione di un campo elettrico  $E$  la lacuna si muove in senso opposto a quello di un elettrone (figura 3) e quindi va considerata come un portatore libero di carica positiva.

La frequenza del processo di creazione di coppie elettrone-lacuna dipende solo dal valore dell'energy gap (cioè dal tipo di semiconduttore) e dalla temperatura. Ad una fissata temperatura si stabilisce un equilibrio dinamico fra questo processo e quello inverso, cioè di ricombinazione di elettroni della B.d.C con lacune della B.d.V.<sup>4</sup>.

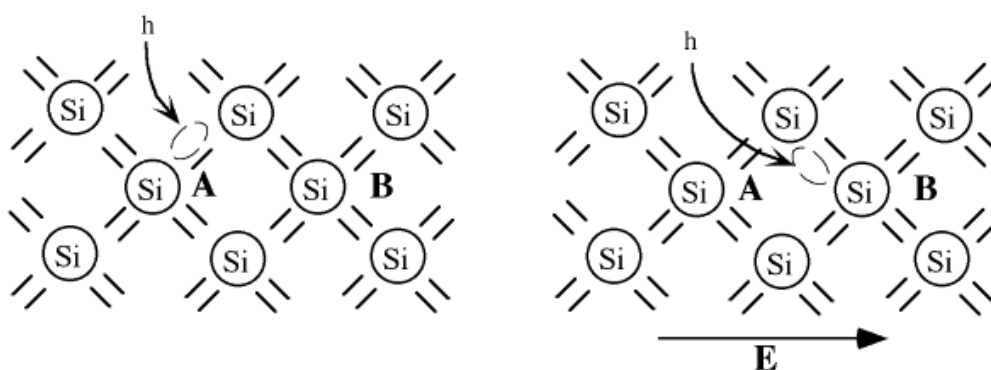


Figura 3 : rappresentazione schematica bidimensionale di un cristallo di Si che, essendo il Si tetravalente, è tenuto assieme dai legami che si instaurano fra ogni atomo ed i quattro atomi primi vicini. Ogni atomo mette in comune i suoi elettroni di valenza con i quattro atomi circostanti (legame covalente). La lacuna h è appunto la mancanza (atomo A) di uno di questi elettroni legati. Applicando un campo elettrico  $E$  un elettrone di un altro atomo (B) può andare a saturare il legame mancante, muovendosi nel verso opposto a quello di  $E$ , dato il segno della sua carica, per cui la lacuna si sposta nel verso di  $E$ .

La concentrazione di equilibrio dei portatori *intrinseci*  $n_i$  (coppie elettrone lacuna create dall'agitazione termica) cresce molto rapidamente al crescere della temperatura, e precisamente si ha  $n_i = \text{cost} \exp[-E_g/(2kT)]$  come si può dimostrare con un ragionamento di equilibrio termodinamico<sup>5</sup>: infatti in condizioni di equilibrio la probabilità di creazione di una coppia, che abbiamo visto essere data dal fattore di Boltzmann  $\exp[-E_g/(kT)]$ , deve essere uguale alla probabilità di ricombinazione elettrone lacuna che necessariamente è

<sup>4</sup>L'energia liberata in questo processo si può manifestare in vari modi fra cui coll'emissione di fotoni (LED=Light Emitting Diode).

<sup>5</sup>La Fisica di Feynman, vol.III § 14.1

proporzionale tanto alla concentrazione  $n$  degli elettroni liberi che a quella  $p$  delle lacune, per cui

$$np = \text{cost} \exp[-E_g/(kT)]. \quad [1]$$

In un semiconduttore puro le concentrazioni di elettroni e lacune sono uguali,  $n = p = n_i$ , e quindi

$$n_i = \text{cost} \exp[-E_g/(2kT)] \quad [2].$$

A temperatura ambiente il valore della “costante”<sup>6</sup> nella formula [2] è circa  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$  sia per Ge che per Si, ed essendo  $E_g=0.67 \text{ eV}$  per il Ge ed  $E_g=1.12 \text{ eV}$  per il Si si ricava che la concentrazione dei portatori intrinseci è  $n_i \approx 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  per il Ge e solo  $n_i \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  per il Si.

La creazione di una coppia elettrone-lacuna può essere prodotta, oltre che dall’agitazione termica, anche dal passaggio di una particella ionizzante (da cui l’utilizzo dei semiconduttori come rivelatori di particelle)<sup>7</sup> o dall’assorbimento di un fotone (fotoconducibilità) purché questo abbia un’energia maggiore della ampiezza della banda proibita, ovvero  $h\nu \geq E_g$  dove  $h=4.14 \cdot 10^{-15} \text{ (eV s)}$  è la costante di Planck e  $\nu$  è la frequenza della luce incidente.

Dalla relazione  $\nu=c/\lambda$  ( $c=3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  è la velocità della luce, e  $\lambda$  è la lunghezza d’onda), si ricava che si ha produzione di coppie per  $\lambda \leq \lambda_s = hc/E_g = 1.24/E_g$ , se  $E_g$  è espressa in eV, e la lunghezza d’onda di soglia  $\lambda_s$  è espressa in  $\mu\text{m}$ . A temperatura ambiente si ha  $E_g(\text{Si}) \approx 1.12 \text{ eV}$ ,  $E_g(\text{Ge}) \approx 0.67 \text{ eV}$  e di conseguenza  $\lambda_s(\text{Si}) \approx 1.1 \mu\text{m}$   $\lambda_s(\text{Ge}) \approx 1.85 \mu\text{m}$ .

Non è difficile mettere in evidenza, almeno ad un livello semiquantitativo, l’esistenza di questa soglia (l’esperimento presentato nel §5.3).

La fisica e la tecnologia dei semiconduttori sarebbe molto meno interessante di quello che è se non ci fosse la possibilità di variare a piacere la conducibilità elettrica immettendo in un semiconduttore puro, ad esempio Silicio (IV gruppo della tavola periodica degli elementi), quantità controllate di atomi di specie diversa (drogaggio con elementi del III o del V gruppo). Questi atomi vanno a sostituire alcuni atomi di Si nel reticolo cristallino che è di tipo tetraedrico perché il Si mette in comune i suoi quattro elettroni di valenza con i quattro atomi che lo circondano più da vicino.

Nei semiconduttori drogati, oltre ai portatori *intrinseci*, si hanno quelli (*estrinseci*) dovuti al drogante, che può essere di tipo N (*donore*) o di tipo P (*accettore*). Un atomo di drogante si comporta come donore se appartiene al V gruppo (Antimonio, Arsenico, Fosforo, Azoto), perché solo 4 dei suoi 5 elettroni di valenza vengono impegnati nel

<sup>6</sup>In realtà questa formula non è rigorosa e la “costante” ha una debole dipendenza dalla temperatura del tipo  $T^{3/2}$ .

<sup>7</sup>Una particella con carica elettrica unitaria ed energia cinetica  $\approx 1 \text{ GeV}$  perde per ionizzazione circa  $2 \text{ MeV}$  per cm di percorso in Si, creando un numero di coppie elettrone-lacuna che si può calcolare come  $\otimes E/3.62$  se  $\otimes E$  è l’energia (in eV) complessivamente depositata nel rivelatore. Questi elettroni e lacune liberi vengono raccolti dagli elettrodi del rivelatore fra i quali è presente un forte campo elettrico dell’ordine dei  $1000 \text{ V/cm}$ .

Anche i raggi X o  $\gamma$  possono venir rivelati da un tale rivelatore se interagiscono in esso dando luogo ad elettroni Compton o a coppie elettrone-positrone.

legame con i quattro atomi circostanti ed il quinto resta praticamente libero (energia di legame dell'ordine dei centesimi di eV).

Si comporta invece come accettore se appartiene al III gruppo (Indio, Gallio, Alluminio, Boro) perché in tal caso uno dei quattro legami resta scoperto (figura 4).

Poiché l'energia di legame residua è molto minore di  $E_g$ , a temperatura ambiente gli atomi di drogante sono praticamente tutti ionizzati e quindi in un semiconduttore drogato non vale più l'uguaglianza  $n = p = n_i$ , perché, oltre ai portatori intrinseci (coppie) vi sono quelli estrinseci:  $N_D$  elettroni o  $N_A$  lacune per unità di volume, se  $N_D$  e  $N_A$  sono rispettivamente le densità di drogante donore o accettore.

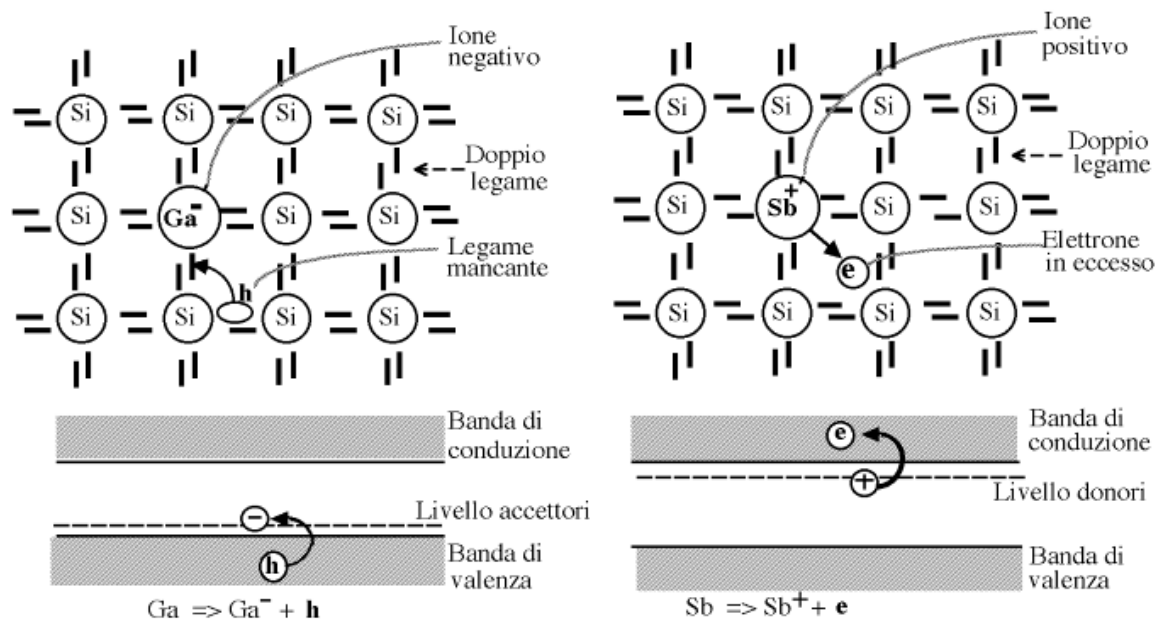


Figura 4 : Rappresentazione schematica bidimensionale di un cristallo di Si con impurità trivalenti (accettori, a sinistra) o con impurità pentavalenti

Con drogaggi anche di solo 10 parti per miliardo (che vuol dire  $10^{14}$  atomi per  $cm^3$  dal momento che nel semiconduttore ci sono  $\approx 10^{22}$  atomi per  $cm^3$ ) si ottiene un numero di portatori liberi molto superiore a quello dei portatori intrinseci a temperatura ambiente. Questi portatori prevalenti sono detti portatori *maggioritari* e quelli dell'altro segno sono i portatori *minoritari*.

Questa possibilità di poter variare di molti ordini di grandezza la conducibilità elettrica e il tipo dei portatori liberi di questi materiali permette la realizzazione dei più svariati dispositivi elettronici (ad es, diodi a giunzione PN, transistors, fotodiodi, ecc, ecc...).



## § 2 Il moto dei portatori di carica liberi

Il moto dei portatori di carica è la sovrapposizione di un moto d'insieme nella direzione del campo elettrico applicato dall'esterno più un moto disordinato di agitazione termica con velocità quadratica media che, nel modello classico<sup>8</sup>, si può stimare pari a  $v_m = \sqrt{3kT/m}$ . A temperatura ambiente questa relazione dà:  $v_m \approx 10^5 \text{ m s}^{-1}$  (infatti  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ , e alla temperatura di 300 K si ha  $kT = 0.026 \text{ eV}$ ).

Poiché oltre alla forza dovuta al campo elettrico è presente la resistenza dovuta alle collisioni con le inevitabili impurità presenti e con i difetti e le vibrazioni del reticolo il moto dei portatori avviene con velocità media costante  $v_d$  (*velocità di deriva*).

L'energia perduta dai portatori in questi urti va ad aumentare la temperatura del materiale (effetto Joule).

La velocità di deriva è solo una piccola componente ordinata nella direzione del campo elettrico applicato rispetto alle velocità che i portatori possiedono a causa dell'agitazione termica e che, avendo direzioni completamente casuali hanno *valor medio nullo*. La velocità di deriva è proporzionale ad  $E$  ( $|v_d| = \mu |E|$ ). La costante di proporzionalità  $\mu$  è detta *mobilità di deriva*. L'ordine di grandezza delle mobilità di deriva a temperatura ambiente è 10 o  $100 \div 1000 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  rispettivamente per i metalli ed i semiconduttori, e perciò, pur con un campo elettrico applicato piuttosto intenso ( $E \approx 10 \text{ V/cm}$ ), la velocità di deriva è molto più piccola della velocità di agitazione termica.

Un esperimento classico dovuto ad Haynes e Shockley permette di visualizzare sull'oscilloscopio il moto di deriva, la diffusione e la ricombinazione dei portatori minoritari entro un cristallo semiconduttore.

Avendo ad esempio una sbarretta di Ge drogato P, si può iniettare in esso un fiotto di portatori minoritari (elettroni) mediante un breve impulso negativo applicato ad un contatto a punta appoggiato in un punto della superficie del cristallo. Se ai capi del cristallo è applicato un campo elettrico  $E$  questi elettroni derivano (nel verso opposto a quello di  $E$ ) e il loro passaggio sotto un secondo contatto a punta posto ad una distanza  $\otimes x$  dal primo provoca un secondo impulso negativo con un ritardo  $\otimes t$  rispetto al primo. Il rapporto  $\otimes x / \otimes t$  dà quindi la velocità di deriva degli elettroni.

---

<sup>8</sup>Il calcolo della velocità quadratica media in un contesto quantistico fornisce un valore maggiore (si veda ad es. C. Kittel *Introduction to Solid State Physics* John Wiley & Sons 1968, cap.7). Secondo il *modello a gas* di Fermi gli elettroni in un metallo occupano (allo zero assoluto) i livelli energetici quantizzati  $E_k = \hbar^2/2m (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$ , dove  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  possono assumere solo i valori  $2n\pi/L$  con  $n$  intero qualsiasi ( $L$  è il lato del volume cubico occupato dal metallo), fino ad una energia massima (energia di Fermi)  $E_F = \hbar^2/2m (3\pi^2 N/V)^{2/3}$  dell'ordine di alcuni eV ( $N$  è il numero totale degli elettroni liberi,  $V$  il volume del metallo). Come conseguenza del principio di esclusione di Pauli solo gli elettroni di energie vicine al livello di Fermi  $E_F$  possono variare la loro energia cioè possono muoversi nel cristallo. La velocità  $v_F$  corrispondente a questa energia:  $v_F \approx (2 E_F/m)^{1/2}$  è di circa  $10^6 \text{ ms}^{-1}$ .

La mobilità di deriva ( $\mu = v_d/E$ ) in termini microscopici si può esprimere:

$$\mu = e \tau / m \quad [3],$$

dove  $m$  è la massa efficace del portatore <sup>9</sup> e  $\tau$  è il tempo medio fra due collisioni del portatore stesso contro il reticolo o le impurità. Questa formula si può ricavare (*La Fisica di Feynman* vol. I 43.3) supponendo che in ogni collisione il portatore di carica perda tutta l'energia acquisita dal campo elettrico e che successivamente nel tempo  $\tau$  fino al successivo urto, essendo soggetto alla accelerazione  $a = eE/m$ , acquisti in media una velocità  $v_d = a \tau = eE \tau / m$ .

La stessa espressione si può anche derivare da un modello del moto del portatore esprimibile mediante l'equazione  $dv/dt = eE/m - v/\tau$  nella quale il termine  $-v/\tau$  tiene conto della resistenza al moto dovuta alle collisioni (resistenza di tipo viscoso), e che in condizioni di moto stazionario ( $dv/dt=0$ ) dà appunto  $v = eE \tau / m$ .

Sperimentalmente le mobilità di deriva per i semiconduttori più comuni sono funzioni decrescenti della temperatura assoluta  $T$  del tipo  $T^{-\langle}$ , con valori del parametro  $\langle$  compresi fra  $\approx 1.5$  e  $\approx 3.0$  a seconda che nelle interazioni dei portatori estrinseci prevalgano quelle con le vibrazioni reticolari, con i difetti reticolari o con le impurità presenti nel cristallo.

Nei metalli si trova che la resistenza cresce linearmente colla temperatura centigrada e quindi si può scrivere per la resistività:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

dove  $t$  indica la temperatura centigrada e  $\rho_0$  è la resistività a 0 °C. Il coefficiente di temperatura  $\alpha$  è per i metalli puri prossimo a  $1/273.15 \approx 0.003 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  (analogia del "gas di elettroni liberi" del modello di Drude <sup>10</sup> col gas perfetto)..

Ricordando che  $T = t + 273.15$ , si può anche scrivere  $\rho = \rho_0 [(1 - \alpha 273.15) + \alpha T] \approx \rho_0 \alpha T$ , (dato che il termine fra parentesi tonde è trascurabile) e quindi la conducibilità elettrica ( $\sigma = 1/\rho$ ) varia circa come  $T^{-1}$ .

Anche la mobilità ( $\mu = \sigma/nq$ ) sarà circa inversamente proporzionale a  $T$  perchè nei metalli la concentrazione dei portatori liberi  $n$  non dipende dalla temperatura.

Per interpretare fisicamente la dipendenza della mobilità dalla temperatura assoluta conviene introdurre il cammino libero medio  $\lambda$  che è legato a  $\tau$  dalla  $\lambda = v_m \tau$ , dove  $v_m$  è la velocità media del moto di agitazione termica, per cui  $\tau = \lambda / (v_m)$ .

Il modello classico di Drude e Lorentz prevede  $\lambda = \text{distanza interatomica} = \text{cost}$  mentre per  $v_m$  si assume la dipendenza  $v_m = \sqrt{3kT/m}$ ; non è quindi in grado di riprodurre la dipendenza sperimentale di  $\mu$  da  $T$ .

<sup>9</sup>La massa efficace è un parametro che tiene conto del fatto che i portatori sono soggetti al potenziale periodico prodotto dal reticolo cristallino, e la sua determinazione richiede l'uso di concetti di meccanica quantistica. Comunque, per dare solo un'idea degli ordini di grandezza: se  $m_e$  è la massa dell'elettrone libero, la massa efficace dell'elettrone in Silicio vale  $m \approx 1.18 m_e$ , e in Germanio  $m \approx 0.55 m_e$ , mentre la massa efficace della lacuna è  $m \approx 0.81 m_e$  in Silicio e  $m \approx 0.36 m_e$  in Germanio (si veda ad es. R.F.Pierret *Semiconductors fundamentals* 2nd Ed., pag 30 Addison-Wesley 1988).

<sup>10</sup>P. Drude, Ann. d. Physik 7, 687 (1902), teoria che si può anche trovare brevemente riassunta in A. H. Wilson, *The theory of metals*, Cambridge Univ. Press (1965), cap.1.

Nel modello quantistico invece la velocità media si identifica con la velocità di Fermi (indipendente da  $T$ ), mentre il cammino libero medio si può assumere inversamente proporzionale a  $T$ , e quindi si ha la corretta dipendenza da  $T$  per la mobilità.<sup>11</sup>

### § 3 La conducibilità elettrica e l'effetto Hall

Quando oltre agli elettroni liberi ci sono anche portatori di carica di segno positivo la conducibilità elettrica si scrive:

$$\sigma = e(n\mu_e + p\mu_h) \quad [5]$$

dove  $n$  è la concentrazione degli elettroni e  $p$  la concentrazione dei portatori positivi e  $\mu_e$  e  $\mu_h$  le rispettive mobilità.

Misurando la conducibilità elettrica  $\sigma$  (tramite misure della resistenza elettrica  $R$  e delle dimensioni del conduttore) si ottiene sempre e solo il prodotto  $n\mu$ , cioè concentrazione · mobilità. E' possibile tuttavia ottenere separatamente concentrazione e mobilità se si compie anche una misura del coefficiente di Hall  $R_H$ .

Quando un conduttore, attraversato da una densità  $\mathbf{J}$  di corrente elettrica, è posto in un campo magnetico  $\mathbf{B}$  diretto perpendicolarmente alla corrente, nella direzione ortogonale sia a  $\mathbf{J}$  che a  $\mathbf{B}$  si sviluppa un campo elettrico  $\mathbf{E}_H$  detto campo di Hall, di intensità proporzionale al prodotto  $\mathbf{B} \times \mathbf{J}$ . La costante di proporzionalità, detta  $R_H$  o coefficiente di Hall, dipende sostanzialmente solo dalla concentrazione dei portatori di carica, ed il suo segno è uguale al segno della carica dei portatori prevalenti.

Una spiegazione semplice dell'effetto Hall può essere data nel caso in cui siano presenti portatori di un solo tipo, o elettroni ( $q=-e$ ) o lacune ( $q=+e$ ).

Con riferimento alla figura 5 le cariche si muovono, nel campo elettrico  $E_x$  applicato nella direzione  $+x$ , con velocità di deriva  $v_d$ , concorde o discorde con  $E_x$ , a seconda che si tratti di lacune o di elettroni.

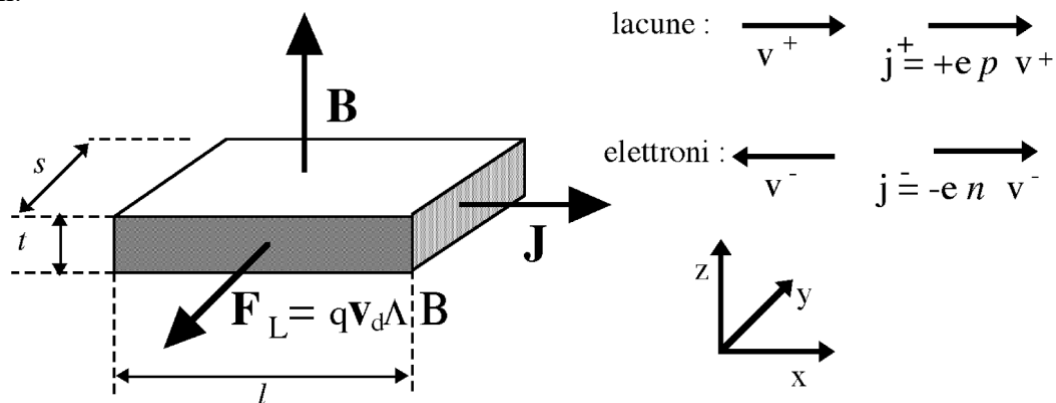


Figura 5: geometria dell'effetto Hall in un semiconduttore percorso da densità di corrente  $\mathbf{J}$  e sottoposto a campo magnetico  $\mathbf{B}$ : la forza di Lorentz sulle cariche in moto (sia di segno positivo che negativo) si sviluppa nella direzione indicata da  $\mathbf{F}_L$

<sup>11</sup> Infatti  $\ell$  è inversamente proporzionale alla sezione d'urto elettrone-atomo del reticolo, e questa sezione d'urto si può assumere pari all'area spazzata da un atomo in conseguenza della sua vibrazione cioè al quadrato dell'ampiezza di vibrazione e quindi anche all'energia elastica del moto di agitazione termica. Assumendo infine Energia elastica media = Energia cinetica media =  $3/2 kT$  si ha appunto  $\ell = \text{cost } T^{-1}$ .

In entrambi i casi esse vengono deflesse, per effetto della forza di Lorentz  $\mathbf{F}_L = q \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$ , nella direzione -y se l'induzione magnetica è applicata nella direzione +z. Una situazione stazionaria è raggiunta quando le cariche in eccesso alla superficie laterale destra (guardando secondo x in figura 5) del campione producono un campo elettrico  $E_H$  che bilancia esattamente la forza di Lorentz:  $qE_H = -F_L$ . Pertanto nella situazione descritta in figura il verso di  $E_H$  sarà concorde o discorde a quello dell'asse y, a seconda che si tratti di lacune o di elettroni.

Il valore di  $R_H$  è subito ricavato dalla definizione della densità di corrente  $J = q n v_d$ , ove  $n$  è la concentrazione dei portatori di carica, usando la  $F_L = -qv_d B$ :

$$R_H = E_H / (JB) = (-F_L / q) / (q n v_d B) = 1 / (n q) \quad [6]$$

Il coefficiente di Hall serve pertanto a determinare la concentrazione dei portatori prevalenti ed il suo segno dà il segno della loro carica elettrica.

Il coefficiente di Hall  $R_H = E_H / (JB) = (V_H / s) / (IB / st)$  si ottiene sperimentalmente misurando il rapporto  $V_H t / (I B)$  dove  $t$  è lo spessore del campione ( $s$  è la larghezza per cui  $J = I / st$ ).

Nel ricavare la formula [6] si è assunto che le velocità di tutti i portatori siano identiche. Se si tiene conto che in realtà c'è una distribuzione statistica delle velocità e dei tempi medi di collisione si arriva ad una espressione che differisce dalla [6] per un fattore numerico  $r$  che può assumere valori da  $3\sqrt{2}/8 (\approx 1.18)$  a circa 2:

$$R_H = r / (n q) \quad [7].$$

Nel caso in cui si abbiano concentrazioni paragonabili di elettroni e lacune la [7] va sostituita dalla:

$$R_H = r \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2} \quad [8]$$

che si riduce alla [7] non appena  $p \gg n$  o  $n \gg p$ .

Se si misura anche la conducibilità elettrica  $\mu$  si può calcolare la cosiddetta mobilità di Hall definita come  $\mu_H = R_H \sigma$ . Per un semiconduttore abbastanza drogato  $\mu_H$  tende a coincidere, a meno del fattore numerico  $r$ , con la mobilità di deriva dei portatori maggioritari, infatti ad esempio per un semiconduttore drogato N:

$$\mu_H = R_H \sigma = r / (n e) (e n \mu_e) = r \mu_e.$$

## § 4 Altri tipi di conduzione

### •§ 4.1 Conduttività ionica

I cristalli ionici, come ad esempio NaCl, sono così chiamati perchè con la cessione di un elettrone dall'atomo Na all'atomo Cl si ottengono due ioni  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  molto stabili perchè hanno una configurazione elettronica esterna come quella dei gas nobili. Gli ioni si dispongono a formare un reticolo cubico nel quale sono regolarmente alternati uno ione  $\text{Na}^+$  ed uno ione  $\text{Cl}^-$ .

La corrente elettrica è connessa coll'esistenza di difetti reticolari, infatti essa è trasportata o da ioni interstiziali o da vacanze reticolari (per cui, sotto l'effetto di un campo elettrico applicato, gli ioni del reticolo possono saltare nelle posizioni vacanti).

L'ordine di grandezza della  $\mu$  è  $10^{-7} \div 10^{-12} [\Omega \text{ cm}]^{-1}$ .

### •§ 4.2 Superconduttività

Per superconduttività si intende l'azzeramento della resistività elettrica che certi materiali (quasi il 25% dei metalli e più di mille tra leghe e composti) esibiscono al di sotto di una certa temperatura critica  $T_c$ .

Una corrente elettrica, lanciata attraverso uno di questi superconduttori chiuso ad anello, dura tempi lunghissimi senza bisogno di una differenza di potenziale che la sostenga (*corrente persistente*): da ciò sono stati stimati valori di conducibilità elettrica dell'ordine di  $10^{24} \Omega \text{ cm}^{-1}$ . Al di sopra di  $T_c$  invece i superconduttori si comportano come normali metalli, con resistenza crescente con T.

I materiali superconduttori si comportano diversamente dai conduttori normali non solo dal punto di vista *elettrico* ma anche da quello *magnetico*.

Innanzitutto la temperatura critica dipende dal valore del campo magnetico H in cui il campione è immerso:  $T_c(H)$  cala al crescere di H. Espresso in altri termini ciò significa che per ogni temperatura  $T < T_c$  esiste un *campo critico*  $H_c(T)$  al di sopra del quale il materiale cessa di essere superconduttore.

L'andamento di  $H_c(T)$  è all'incirca parabolico:

$$H_c(T) \approx H_c(0)[1 - (T/T_c)^2],$$

ove  $H_c(0)$  è il campo critico a  $T=0$ , e  $T_c$  è la temperatura critica a  $H=0$ . Esiste anche un valore massimo di densità di corrente elettrica  $I_c$  al di sopra della quale il materiale cessa di essere superconduttore.

Inoltre un materiale superconduttore si comporta come perfettamente diamagnetico, cioè con suscettività  $\chi = -1/4$ . Ciò significa che esso *esclude* dal proprio interno il flusso magnetico prodotto da campi esterni che siano minori del campo critico, ovvero

$$\nabla \cdot (\mathbf{B}, \mathbf{J}) = (1 + 4\pi \chi) \nabla \cdot (\mathbf{H}, \mathbf{J}) = 0.$$

Questo comportamento differisce da quello che si potrebbe prevedere per un “conduttore perfetto” (che obbedisca cioè perfettamente alla legge di Faraday-Lenz).

Per un “conduttore perfetto” le correnti indotte dall’accensione di un campo magnetico esterno, non essendo soggette a dissipazione, si dovrebbero opporre al campo applicato creandone all’interno uno uguale ed opposto. L’effetto risultante sarebbe anche in questo caso di “esclusione” del campo come per un superconduttore.

Se un conduttore normale ( $T > T_c$ ) venisse magnetizzato e poi fatto transire in uno stato di *conduttore perfetto* ( $T < T_c$ ), il campo magnetico dovrebbe restare “intrappolato” anche quando il campo esterno venisse rimosso, per effetto delle correnti indotte: infatti per la legge di Lenz le correnti indotte si opporrebbero alla variazione di flusso del campo magnetico, e non essendo possibile dissipazione tali correnti manterrebbero indefinitamente invariato il flusso (e quindi  $B$ ) all’interno del conduttore.

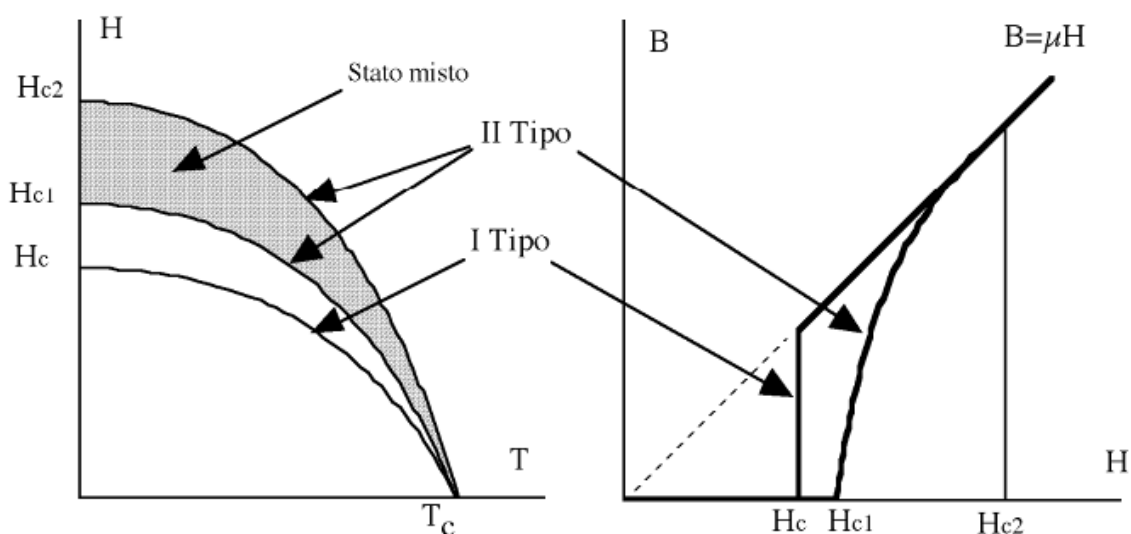
Ciò *non* avviene per un materiale *superconduttore* che invece, quando viene raffreddato al di sotto di  $T_c$  in presenza di campo magnetico, *espelle le linee di forza di  $H$  dal proprio interno*.

Questo è ciò che viene chiamato effetto Meissner, e che può essere messo in evidenza osservando la forza repulsiva che si sviluppa tra un magnete permanente e un superconduttore alla transizione ( $T > T_c$ )  $\square$  ( $T < T_c$ ), o misurando la variazione della suscettività magnetica del campione alla transizione superconduttiva.

Le proprietà dei superconduttori fin qui accennate si riferiscono ai materiali che esibiscono un comportamento che è detto del “I tipo” (Pb, Al, Zn, Sn, In, Hg).

Ci sono tuttavia dei superconduttori, detti del “II tipo” (ad esempio V, Nb, Nb<sub>3</sub>Sn...) per i quali esistono *due* valori di campo critico  $H_{c1}$  ed  $H_{c2}$ .

Per  $H < H_{c1}$  il comportamento è come per il I tipo. Per  $H > H_{c2}$  il comportamento è quello dei normali conduttori. Per valori di  $H$  intermedi (“stato misto”) il campo gradatamente penetra il campione e si manifesta un effetto Meissner incompleto.



Andamento dei campi critici  $H_c$  in funzione della temperatura  $T$ , e dell'induzione magnetica  $B$  in funzione del campo magnetico  $H$ , per superconduttori del I e del II tipo

I superconduttori del II tipo sono i più interessanti dal punto di vista applicativo in quanto hanno un campo critico molto maggiore che quelli del I tipo: il massimo per qualsiasi superconduttore del I tipo è circa 0.2 Tesla (=2000Gauss) mentre ad esempio in materiali del II tipo la superconduttività può persistere fino a campi di decine di Tesla (37 Tesla per Nb<sub>3</sub>Ge).

Nei superconduttori del I tipo il campo magnetico viene escluso dall'interno del campione per effetto delle correnti indotte che circolano alla superficie e che controbilanciano il campo applicato. In quelli del II tipo invece il campo penetra all'interno in modo discontinuo: per salti quantizzati di flusso magnetico ( $\Phi_0 = hc/2e = 2 \cdot 10^{-7}$  gauss cm<sup>2</sup>).

Questi quanti di flusso sono legati a linee vorticali di corrente che prendono il posto delle correnti indotte superficiali dei superconduttori del I tipo. Questi *vortici* (filamenti microscopici di materiale non superconduttore circondati da materiale superconduttore), e la loro interazione con i difetti reticolari del materiale, sono all'origine della capacità di sopportare elevati campi magnetici e di conseguenza alte correnti critiche (fino a  $J_c > 1000 \text{ A/mm}^2$ ).

In particolare  $J_c$  è la *densità di corrente critica* alla quale la forza di Lorentz sulle linee vorticali supera la resistenza microstrutturale al moto dei vortici. Le caratteristiche dei superconduttori del II tipo sono quindi legate alla presenza di difetti nel materiale: è infatti possibile trasformare un superconduttore del I tipo in un superconduttore del II tipo introducendovi opportune impurezze. La resistività nei conduttori normali è ben descritta in generale dalla legge  $\rho(T) = \rho_i + \rho_r(T)$ , ove  $\rho_r$  è il contributo dovuto alle collisioni degli elettroni con i fononi (vibrazioni reticolari) che si annulla per  $T=0$ ,  $\rho_i$  è il contributo dovuto alle collisioni con le impurezze.

Tre quarti dei materiali metallici non esibiscono superconduttività (ad esempio non sono superconduttori Cu, Co, Fe, Pd, Pt, Au, Ag, Ni, Cr,...).

Le temperature di transizione dei superconduttori metallici puri sono tutte molto basse:

Metallo	T <sub>c</sub> (K)	Metallo	T <sub>c</sub> (K)	Metallo	T <sub>c</sub> (K)
W	0.01	Hf	0.16	Ti	0.39
Ru	0.49	Cd	0.52	Zr	0.55
Os	0.66	Zn	0.85	Ga	1.09
Al	1.18	Th	1.37	Pa	1.4
Re	1.7	Tl	12.37	In	3.41
Sn	3.72	Hg	4.15	Ta	4.48
V	5.03	Nb	9.2		

Si sono scoperte anche leghe con temperature critiche maggiori; tuttavia anche per queste T<sub>c</sub> è inferiore alla temperatura di ebollizione dell'azoto liquido (77 K), il liquido

refrigerante meno costoso e più facile da usare per impieghi criogenici (il suo calore latente è pari a circa 60 volte quello dell'elio liquido, che bolle a 4.2 K) ; ad esempio si ha:

Lega	T <sub>c</sub> (K)	Lega	T <sub>c</sub> (K)	Lega	T <sub>c</sub> (K)
AlPb	7.2	Nb <sub>3</sub> Sn	18.1	Nb <sub>3</sub> Ga	20.3
Nb <sub>3</sub> Ge	23.3				

Recentemente<sup>12</sup> (1986) sono state scoperte delle ceramiche superconduttrici che hanno temperature critiche superiori a quella dell'azoto liquido (77K) Questi materiali vengono detti *superconduttori ad alta temperatura critica* o HCT. Dato il basso costo dell'azoto liquido è evidente che questi materiali assumeranno una grande importanza tecnologica.

I meccanismi di conduzione in questo caso non sono ancora stati ben chiariti, ma sembrano diversi da quelli della superconduttività a bassa temperatura.

In un conduttore normale gli elettroni che trasportano la corrente interagiscono con i nuclei del reticolo cedendo ad esso parte della loro energia. In un superconduttore, secondo la teoria BCS<sup>13</sup> (che prende il nome da John Bardeen, Leon Cooper e John Schrieffer), diventano rilevanti le proprietà quantistiche degli elettroni: essi si muovono a coppie con gli spin a due a due antiparalleli. Per effetto dell'interazione di un elettrone con i fononi (vibrazioni quantizzate del reticolo) si produce una distorsione del reticolo e quindi una regione di carica positiva che attrae un secondo elettrone. L'effetto complessivo è che due elettroni, che normalmente si respingono avendo entrambi carica negativa, attraverso l'interazione con il reticolo si attraggono e possono muoversi nel cristallo senza perdita di energia.

Molto sommariamente il modello BCS può essere semplificato come segue: gli elettroni della banda di conduzione in un superconduttore sono soggetti -due a due- ad una debole forza attrattiva che produce la formazione di coppie (le coppie di Cooper). Le coppie non hanno interazione tra loro, ed obbediscono alla statistica di Bose-Einstein (spin totale = zero). Nello stato fondamentale la quantità di moto dei singoli elettroni può essere qualsiasi, ma ad ogni elettrone dotato di quantità di moto  $mv$  è associato un elettrone con quantità di moto  $-mv$ , cosicché la quantità di moto della coppia è zero. Nel caso di corrente superconduttiva tutte le coppie hanno ugual quantità di moto  $2mv_s$ , ove  $v_s$  è la velocità di spostamento della coppia. Il solo modo di variare  $v_s$  è di applicare una forza uguale a tutte le coppie: l'interazione di un singolo elettrone con il reticolo non può quindi avere luogo.

<sup>12</sup>Tale scoperta avvenne in un laboratorio dell'IBM di Zurigo, ove Alex Müller e Georg Bednorz evidenziarono il comportamento superconduttivo di un composto ceramico (La<sub>2x</sub>-Ba<sub>x</sub>-CuO<sub>4</sub>) con T<sub>c</sub> ≈ 30K (La<sub>2</sub>CuO<sub>4</sub> drogato con Ba)

<sup>13</sup>Il meccanismo di conduzione si fa risalire ad elettroni legati in coppie in modo da formare una particella bosonica che quindi non risente delle limitazioni sugli stati energetici accessibili dovute al principio di esclusione di Pauli. L'energia di legame di queste coppie è così piccola che basta la debole agitazione termica che si ha alla temperatura di pochi Kelvin per distruggere la coppia.



Negli ultimi anni sono stati individuati molti materiali con temperature di transizione superiori a quella dell'azoto liquido. Attualmente la ceramica con la temperatura critica più alta è  $\text{TBa}_2\text{Ca}_{x-1}\text{Cu}_x\text{O}_{2x+3}$  ( $T_c=125\text{ K}$ ).

Le difficoltà tecniche per un impiego di questi nuovi materiali in dispositivi d'uso pratico sono tuttavia ancora enormi: ad esempio queste ceramiche non sono molto adatte alla costruzione di fili superconduttori, forma indispensabile per la realizzazione di magneti e per il trasporto di energia senza dissipazione.

Tra i nuovi superconduttori ad alta temperatura ce ne è uno che è possibile sintetizzare con una tecnica abbastanza semplice: esso può essere anche “fatto in casa” utilizzando solo componenti di costo contenuto, un forno ad alta temperatura, ed una pressa.

Questo materiale, noto come *superconduttore 1-2-3* per la proporzione in cui sono combinati i tre metalli che lo compongono, ha stechiometria  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ . La lettera x è un indice stechiometrico ( $0 < x < 1$ ) che sta ad indicare il contenuto medio di atomi di ossigeno nel materiale: per  $x=1$  vi sono 7 atomi di ossigeno, 3 di rame e 2 di bario per ogni atomo di ittrio.

Si tratta di una sostanza di colore nero, di aspetto poroso, igroscopica e fragile, con temperatura critica che dipende da x e con limite superiore  $T_c=93\text{ K}$  per  $x=1$ .

Un campione di questo materiale si ottiene a partire da tre composti chimici che contengono Ittrio, Bario e Rame :  $\text{Y}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Ba CO}_3$  e  $\text{CuO}$ .

Le polveri vanno mescolate nelle giuste proporzioni (cioè in rapporti molari di questi tre elementi 1:2:3) e ridotte in un mortaio a granelli finissimi (tipo talco).

Vanno quindi riscaldate in atmosfera ossidante (flusso di aria) ad alta temperatura ( $\approx 950\text{ }^\circ\text{C}$ ), e raffreddate molto lentamente.

La ceramica dura e spugnosa che si ricava va di nuovo finemente triturrata, la polvere va fortemente pressata ( $1500\div 10000\text{ Atm}$  : ad esempio usando una robusta morsa) e la pastiglia che si ottiene (fragile) va ricotta una seconda volta, con le stesse modalità.

Una ricetta per i componenti di partenza (che devono essere molto puri) è : per ogni grammo di ossido di Ittrio ( $\text{Y}_2\text{O}_3$ ), 3.50 grammi di Carbonato di Bario ( $\text{Ba CO}_3$ ), e 2.11 grammi di Ossido di rame ( $\text{CuO}$ ), per produrre una pastiglia di circa 7 grammi di superconduttore. La temperatura va tenuta attorno a  $950\pm 25\text{ }^\circ\text{C}$  per circa 12 ore ed il raffreddamento non deve superare la velocità di circa  $100\text{ }^\circ\text{C/ora}$ . Va notato che le polveri sono tossiche e vanno adoperate con precauzione.

Campioni sotto forma di pastiglia (uno o due centimetri di diametro e pochi millimetri di spessore) possono anche essere acquistati ad un prezzo ragionevole da ditte specializzate.

## § 5 La giunzione PN

Per formare una giunzione P-N (diodo P-N) si droga uniformemente con impurità del III gruppo da una parte e con impurità del V gruppo dall'altra parte un pezzetto di monocristallo di Si o Ge.

Un modello schematico di questa situazione ("*abrupt junction*") è presentato nella parte a) della figura 1, nella quale è messo in evidenza che nello *strato* adiacente alla *superficie di separazione fra la zona P e la zona N* (giunzione) ha luogo la ricombinazione fra gli elettroni liberi che dalla zona N diffondono nella zona P e le lacune che diffondono dalla zona P alla zona N. Lo spessore di questo strato, che prende il nome di *strato di svuotamento* perchè in esso non vi sono più cariche mobili, è dell'ordine del  $\mu\text{m}$  e la sua resistenza elettrica è molto elevata.

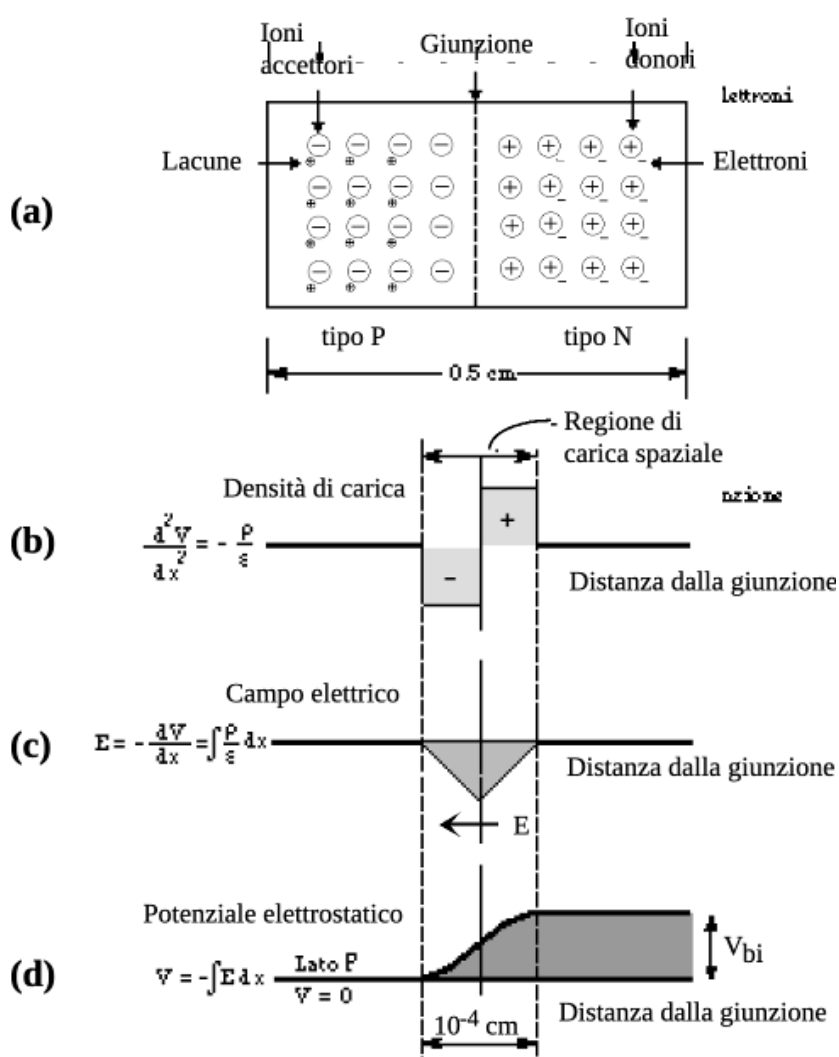


Fig. 1 Modello del diodo a giunzione P-N.

La ricombinazione elettrone-lacuna all'interno dello strato di svuotamento lascia non compensate le cariche fisse degli ioni di drogante e cioè cariche positive dalla parte N e cariche negative dalla parte P (vedi parte b della stessa figura). Questo doppio strato di carica produce al suo interno un campo elettrico diretto dal lato N al lato P della giunzione, la cui intensità è rappresentata nella parte c della figura. Tale campo elettrico impedisce l'ulteriore diffusione sia degli elettroni liberi dalla parte N alla parte P che delle lacune dalla parte P alla parte N.

L'andamento del potenziale elettrico si ottiene integrando il campo elettrico in funzione di  $x$  (distanza dalla giunzione) ed ha la forma di una barriera di potenziale (parte d della figura) di altezza  $V_{bi}$  (built-in potential).

Il valore di  $V_{bi}$  dipende dalla natura del semiconduttore (*energy gap*) e dalle concentrazioni dei portatori liberi nelle due parti del dispositivo, ed il suo ordine di grandezza è di alcuni decimi di Volt.

Nell'approssimazione di giunzione a gradino, cioè che la densità di carica nello strato di svuotamento passi in maniera discontinua dal valore costante  $-eN_A$  su uno spessore  $x_p$  dalla parte P al valore  $+eN_D$  su uno spessore  $x_n$  dalla parte N, si può dimostrare<sup>14</sup> che:

$$eV_{bi} = kT \ln(N_D N_A / n_i^2) \quad [1]$$

dove  $N_D$  ed  $N_A$  sono appunto le concentrazioni dei donori nella parte N e degli accettori nella parte P ed  $n_i$  è la concentrazione dei portatori intrinseci. Per valori tipici delle concentrazioni  $N_D = N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  ed usando i valori di  $n_i$  a temperatura ambiente ( $n_i \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  per Si ed  $n_i \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  per Ge) si ha  $V_{bi} \approx 0.3 \text{ V}$  per il Ge e  $V_{bi} \approx 0.6 \text{ V}$  per il Si.

Nelle stesse approssimazioni si dimostra anche che lo spessore dello strato di svuotamento  $W = x_n + x_p$  è dato da:

$$W = x_n + x_p = \left[ (2K_S \epsilon_0 V_{bi} / e) (N_A + N_D) / N_A N_D \right]^{1/2} \quad [2]$$

dove  $K_S$  è la costante dielettrica relativa del materiale semiconduttore ed  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-14} \text{ C}^2 \text{N}^{-2} \text{m}^{-2}$  la costante dielettrica assoluta del vuoto.

### Derivazione della relazione I-V

Un elettrone libero può passare dalla parte N alla parte P del dispositivo solamente se esso ha una energia cinetica maggiore di  $eV_{bi}$  (ed analogamente per una lacuna della parte P che cerchi di passare nella parte N). Il numero di elettroni liberi dotati di energia maggiore di  $eV_{bi}$  è determinato dal fattore di Boltzman  $\exp(-eV_{bi}/kT)$  e pertanto si ha una debole corrente di diffusione di elettroni dalla parte N alla parte P della forma

$$I_d = a \exp(-eV_{bi}/kT)$$

dove  $a$  è una costante di proporzionalità.

<sup>14</sup>Si veda ad esempio J.Millman e C.C.Halkias : *Dispositivi e circuiti elettronici* §6.3

C'è anche una corrente di elettroni dalla parte P alla parte N (corrente inversa  $I_O$ ) che è causata dalla generazione termica di coppie elettrone-lacuna nella parte P del diodo in vicinanza della giunzione. Alcuni di questi elettroni diffondono fino allo strato di svuotamento e quindi vengono spinti nella parte N dal campo elettrico presente in questo strato.

In condizioni di equilibrio ed a circuito aperto la somma  $I_D - I_O$  di queste due correnti deve valere zero cioè si deve avere  $I_O = a \exp(-eV_{bi}/kT)$ .

Un ragionamento completamente analogo va ripetuto anche per le correnti di diffusione ed inversa di lacune.

Quando si applica al diodo una d.d.p. inversa cioè col polo positivo del generatore dalla parte N ed il polo negativo dalla parte P sia le lacune presenti nella parte P che gli elettroni presenti nella parte N tendono ad allontanarsi dalla giunzione aumentando lo spessore dello strato di svuotamento e della zona di carica spaziale. Di conseguenza aumenta anche l'altezza della barriera di potenziale. La nuova altezza di barriera è  $V_{bi} - V$ , se  $V$  è la d.d.p. applicata (considerata positiva se la parte P è a potenziale più elevato della parte N), cioè la d.d.p. applicata cade praticamente tutta sullo strato di svuotamento dal momento che la resistenza elettrica delle parti P ed N non svuotate è trascurabile rispetto a quella dello strato di svuotamento. In queste condizioni la corrente di diffusione  $I_D$  è ulteriormente diminuita mentre non cambia la corrente inversa  $I_O$  (elettroni da P ad N e lacune da N a P) di portatori minoritari generati termicamente nelle vicinanze dello strato di svuotamento.

Quando invece si polarizza il diodo direttamente (potenziale positivo dal lato P e negativo dal lato N) si ha una riduzione della barriera di potenziale la cui altezza diviene  $V_{bi} - V$  e quindi una corrente di diffusione di portatori maggioritari  $I_D$  che cresce rapidamente al crescere di  $V$ .

La corrente complessiva è :

$$I = I_D - I_O = a \exp[-e(V_{bi} - V)/(kT)] - a \exp[-eV_{bi}/(kT)] = \\ = a \exp[-eV_{bi}/(kT)] \{ \exp[eV/(kT)] - 1 \} = I_O \{ \exp[eV/(kT)] - 1 \}. \quad [3]$$

## Misura della tensione diretta di un diodo in funzione della temperatura

Secondo il modello di diodo ideale dovuto a Shockley {*Bell System Techn. J.* 28,435 (1949)} la caratteristica tensione-corrente del diodo è descritta dalla equazione:

$$I = I_0 [\exp (eV/nkT) - 1] \quad (1)$$

dove  $e$  è la carica elementare,  $V$  la d.d.p. applicata ai capi del diodo,  $k$  la costante di Boltzmann,  $T$  la temperatura assoluta,  $n$  il fattore di non idealità (che per diodi al Si vale circa 2).

La corrente inversa  $I_0$  si può scrivere approssimativamente come

$$I_0 = \text{cost} \exp \{E_g^0/(nkT)\} \quad [2]$$

dove  $E_g^0$  è l'energy gap, estrapolato linearmente a 0 K, del materiale di cui è fatto il diodo.

Inserendo la [2] nella [1], trascurando l'uno nella [1] (approssimazione valida non appena  $V \gg kT$  cioè per  $V \geq 0.1V$ ) e passando ai logaritmi si ha allora:

$$\ln(I) - \ln(\text{cost}) + E_g^0/(nkT) \approx e V_f / (nkT)$$

e quindi invertendo:

$$e V_f \approx E_g^0 - n k \ln(\text{cost}/I) T \quad [3]$$

cioè, per  $I=\text{costante}$ , la tensione diretta  $V_f$  cresce linearmente al calare della temperatura tendendo al valore  $E_g^0/e$  per  $T=0$  K.

Questo comportamento consente di usare un diodo come sensore lineare di temperatura (termometro a diodo)

## Misura della caratteristica I-V a temperatura ambiente

Un metodo semplice e pratico per misurare con buona precisione la caratteristica diretta di un diodo è quello che impiega un operazionale ad altissima impedenza d'ingresso (TL081 o LF356) secondo lo schema seguente.

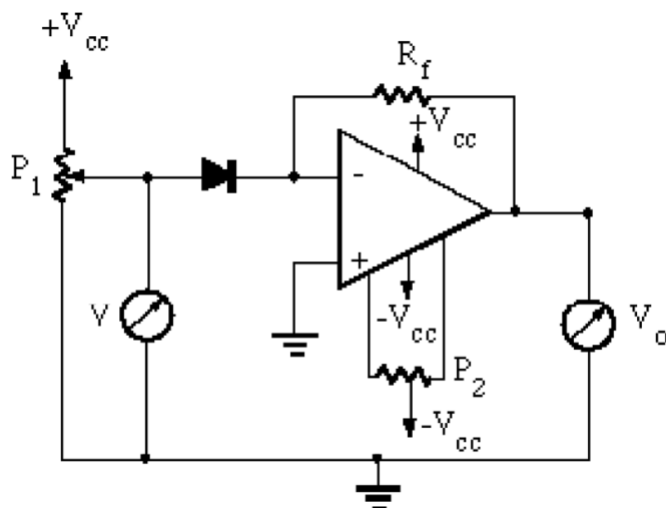


Figura 1: Circuito di misura della caratteristica di un diodo.

Il diodo ha il catodo a massa virtuale perciò il voltmetro  $V$  legge direttamente il potenziale di polarizzazione  $V$  del diodo che si può variare mediante il potenziometro  $P_1$ .

La corrente che attraversa il diodo passa tutta attraverso la resistenza di controreazione  $R_f$ , perchè la corrente  $I_b$  assorbita dall'ingresso invertente dell'operazionale è piccolissima ( $\approx 200$  pA per il TL081 e  $\approx 50$  pA per lo LF356). La corrente che attraversa il diodo si ottiene perciò dalla tensione in uscita  $V_o$  mediante la relazione  $I = V_o/R_f$ .

La resistenza di controreazione può essere cambiata mediante un commutatore e può assumere i valori  $10^8$ ,  $10^7$ ,  $10^6$ ,  $10^5$ ,  $10^4$ ,  $10^3$  e  $10^2$   $\Omega$ . Lo strumento di destra può leggere senza difficoltà 1 mV e questo significa che è possibile misurare correnti a partire addirittura da  $10^{-11}$  A.

Il potenziometro  $P_2$  da 10k $\Omega$  e a dieci giri permette di annullare l'offset dello operazionale cioè di avere  $V_o$  esattamente nullo quando  $V=0$ .

Riportiamo come esempio alcuni dati ottenuti col diodo al Silicio 1N4148.

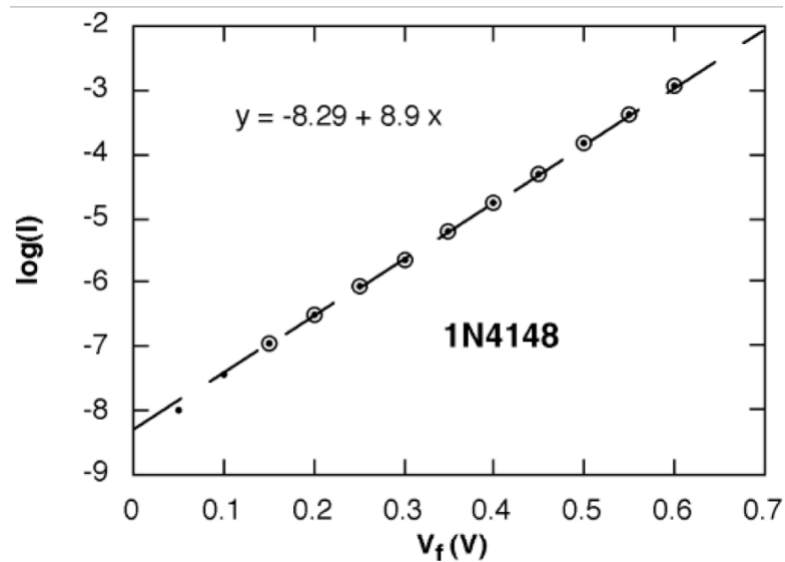


Figura 2: caratteristica diretta del diodo 1N4148

Si ricava per la corrente inversa  $I_0 = 10^{-8.29} \text{ A} = 5.1 \cdot 10^{-9} \text{ A}$  e per il fattore di non idealità  $n = e/[kT (\Delta \ln(I)/\Delta V)] = 1.6 \cdot 10^{-19}/(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 2.3 \cdot 8.9) = 1.88$

### Misura della tensione diretta in funzione della temperatura

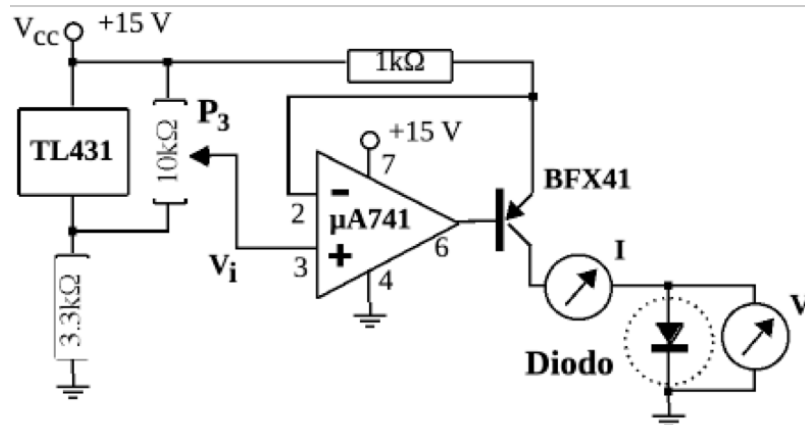


Figura 3 Il generatore di corrente costante

### Sistema per variare lentamente la temperatura della cella di misura

Si raffredda rapidamente la cella immergendola in azoto liquido e quindi si accende la corrente nel riscaldatore. Tale corrente viene fatta crescere linearmente nel tempo mediante un circuito di regolazione (figura.4).

La crescita della corrente deve essere molto lenta per minimizzare i gradienti di temperatura ( $\approx 3$  ore per andare da  $\approx 100 \text{ K}$  a  $\approx 300 \text{ K}$ ).

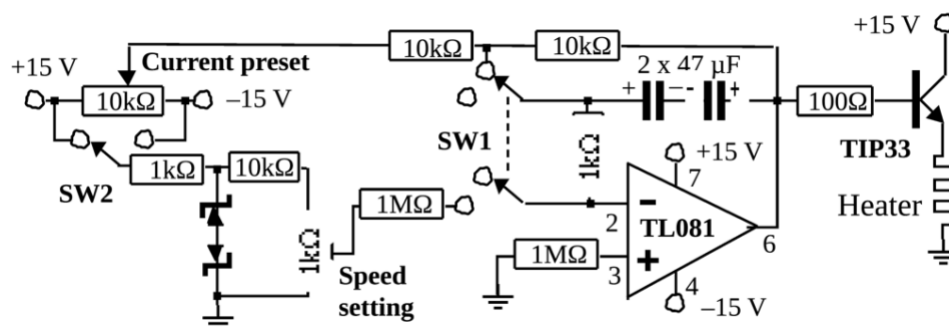


Figura 4 Il regolatore di corrente

Le successive figure 5 e 6 riportano invece la tensione diretta in funzione della temperatura assoluta polarizzando il diodo con corrente costante di 100 µA e 200 µA rispettivamente.

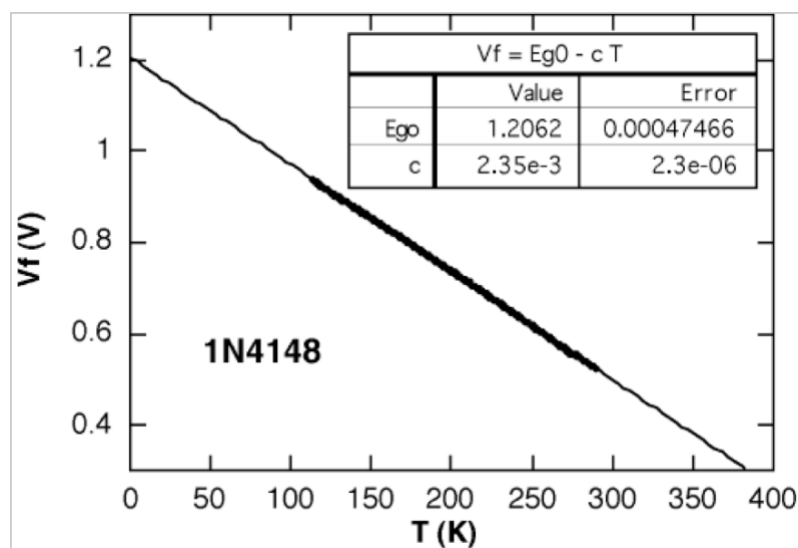


Figura 5: relazione fra tensione diretta e temperatura per  $I = 100 \mu\text{A} = \text{cost}$

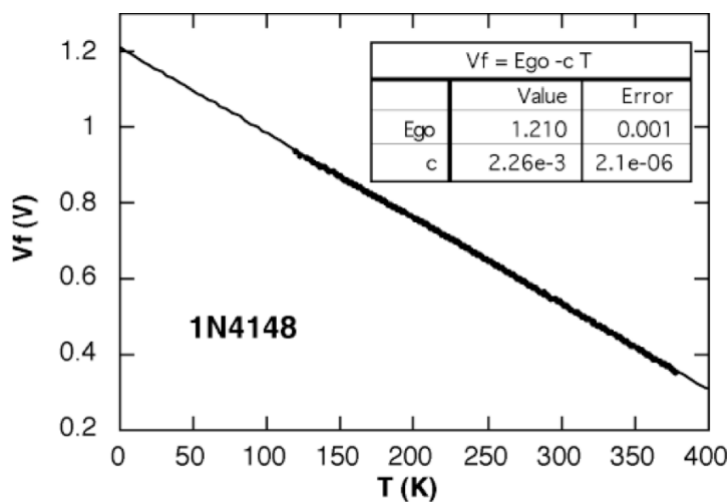


Figura 6: relazione fra tensione diretta e temperatura per  $I = 200 \mu\text{A} = \text{cost}$ .



# Misura spettroscopica dell'energy gap dei semiconduttori

## Introduzione

In questo esperimento si fa incidere su un campione di semiconduttore un fascio di luce monocromatica, e si misurano, in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$  della luce incidente, la variazione di resistenza  $R$  del campione e la intensità della luce trasmessa.

Il fenomeno che si vuole studiare è l'effetto fotoelettrico interno. Tale fenomeno consiste nel fatto che fotoni con lunghezza d'onda inferiore al valore di soglia  $\lambda_s$  (ovvero di energia superiore alla energia di soglia  $h\nu = hc/\lambda_s = E_g$ ) vengono assorbiti dal semiconduttore eccitando in banda di conduzione elettroni che si trovano in banda di valenza.

Questo processo (creazione di una coppia elettrone-lacuna) aumenta la densità di portatori liberi ed è rilevabile sia come diminuzione della resistenza del semiconduttore che come diminuzione dell'intensità della luce trasmessa. Ovviamente questo processo non avviene più per  $\lambda > \lambda_s$ .

La relazione  $\lambda_s = hc/E_g$ , ove  $h$  è la costante di Planck e  $c$  è la velocità della luce, consente di ottenere dalla misura di  $\lambda_s$  un valore dell'energy gap  $E_g$  a temperatura ambiente per il materiale in esame.

Il cristallo viene alimentato da un generatore di corrente costante e quindi ogni variazione della sua resistenza si traduce in una variazione della differenza di potenziale ai suoi capi (segnale *fotoconduttivo* o di *assorbimento*). Il segnale di *trasmissione* si ottiene invece con un sensore di luce (sensore piroelettrico) posizionato dietro al campione per misurare l'intensità della luce trasmessa.

Per separare i deboli segnali utili (fotoconduttivo e di trasmissione) da segnali spuri ("rumori" quali ad esempio il fondo dovuto alla luce ambiente, l'induzione di rete a 50 Hz, o l'offset degli amplificatori) conviene modulare l'intensità della luce incidente sul campione.

Si usa luce intermittente prodotta intercettando il fascio luminoso con un disco rotante forato alla periferia ("chopper"). La tensione ai capi del cristallo è quindi costituita da una componente continua (che viene eliminata mediante un condensatore), più un segnale alternato alla frequenza di modulazione proporzionale all'intensità della luce incidente sul campione. Anche il segnale prodotto dal sensore di luce è una tensione alternata di ampiezza proporzionale all'intensità della luce trasmessa dal campione.

Questi due segnali vengono amplificati e rivelati mediante amplificatori selettivi (di tipo "lock-in") con banda passante molto stretta centrata attorno alla frequenza della modulazione.

Le tensioni continue all'uscita del lock-in sono proporzionali alla ampiezza dei segnali alternati forniti al loro ingresso. La misura di queste tensioni in funzione della lunghezza d'onda fornisce due grafici che permettono di individuare il valore di  $\lambda_s$  e quindi di  $E_g$ .

Il funzionamento dettagliato dell'amplificatore lock-in è riportato più avanti

Lo schema completo dell'apparato è presentato in figura 1.

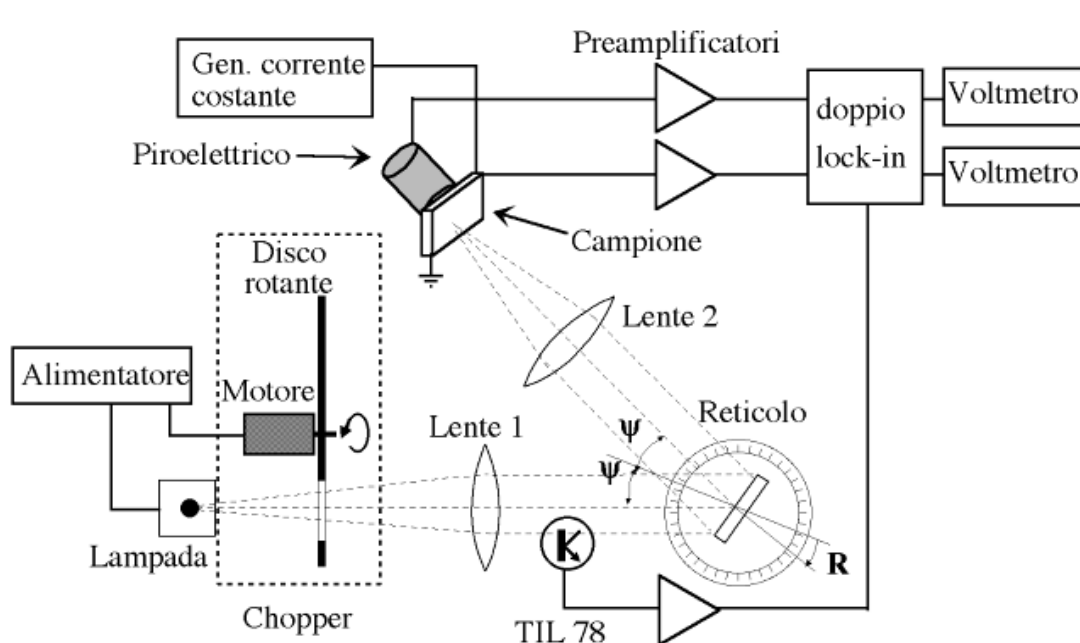


Figura 1: schema a blocchi dell'esperimento

La luce è prodotta da una lampada alogena (24V,250 W) alimentata da un generatore di corrente continua stabilizzato, regolabile in un piccolo intervallo (da 9.5 a 10.5A) e raffreddata da una ventola. Lo spettro di emissione della lampada va dal visibile fino al vicino infrarosso, ed è ancora abbastanza intenso per lunghezze d'onda intorno a 2  $\mu$ m, dove è situata la  $\lambda_s$  del Ge.

Il fascio di luce divergente uscente dal diaframma posto davanti alla lampada viene reso parallelo da una prima lente ( $f = 15$  cm). La luce diffratta dal reticolo di diffrazione viene focalizzata sul sensore da una seconda lente ( $f = 5$  cm).

Un banco ottico costituito da due rotaie incernierate con il reticolo montato, su una piattaforma girevole munita di goniometro<sup>15</sup>, sull'asse della cerniera, facilita l'allineamento del sistema.

<sup>15</sup> Con risoluzione di 0.5 gradi.

Si usa un reticolo di diffrazione <sup>16</sup>, con passo di 0.833  $\mu$ m per l'esperimento con i campioni di Si e di 1.667  $\mu$ m per l'esperimento con i campioni di Ge.

La relazione che lega la lunghezza d'onda  $\lambda$  che incide sul campione all'angolo di rotazione del reticolo R è:

$$\lambda = (2 a / n) \cos \theta \sin R \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots [1]$$

dove  $a$  è il passo del reticolo,  $\theta$  il semiangolo tra le direzioni di incidenza e di osservazione, R è l'angolo di rotazione del reticolo a partire dalla posizione in cui la normale al reticolo è bisettrice dell'angolo  $2\theta$ , ed  $n$  è l'ordine dello spettro.

Quando si posiziona il reticolo all'angolo R (in senso orario o antiorario) sul cristallo non arriva luce di una sola lunghezza d'onda: infatti oltre a  $\lambda_1 = 2a \cos \theta \sin R$  dello spettro del primo ordine, si ha interferenza costruttiva anche per la luce di lunghezza d'onda  $\lambda_2 = \lambda_1/2$  dello spettro del 2° ordine, e così via per tutti gli  $n$ .

Tuttavia gli spettri di ordine superiore al primo hanno di solito intensità rapidamente decrescente<sup>17</sup> con  $n$  cosicché possono normalmente essere trascurati, e ove ciò non sia possibile verranno eliminati mediante un filtro ottico passa-alto.

Un valore conveniente per l'angolo  $2\theta$  è di circa 30 gradi. Esso può essere misurato con sufficiente precisione usando la seguente procedura: sfruttando la possibilità di ruotare la piattaforma su cui è fissato il reticolo rispetto al goniometro si posiziona il reticolo in modo tale che siano soddisfatte le due condizioni: I) quando il goniometro indica 0 gradi si ha luce bianca sul cristallo, II) quando il goniometro indica  $+\theta$  (o  $-\theta$ ) gradi il reticolo riflette all'indietro la luce bianca nella direzione di incidenza. In questa situazione l'angolo R che entra nella formula [1] coincide con l'angolo letto sul goniometro.

Il chopper è fatto ruotare da un motorino in c.c. con riduttore. La velocità di rotazione è regolabile fra 0 e 225 giri/minuto. La frequenza di modulazione della luce è data dal prodotto della velocità angolare  $\omega$  del chopper per il numero di fori praticati sulla periferia del disco rotante.

Come campione si usa una striscia tagliata da un wafer di Si (cioè una lamina di silicio monocristallino di spessore  $\approx 0.3$  mm) o da un wafer di Ge.

Nel caso del Ge è possibile saldare a stagno due cavetti alle estremità del campione mentre per il Si occorre fare un deposito sotto vuoto di Al su Si n (o di Au su Si p) alle estremità della striscia e quindi incollarvi i fili con una resina conduttrice a base di argento.

La resistenza elettrica dei campioni di Ge è dell'ordine di 1 k $\Omega$  e quindi il generatore di corrente costante va predisposto nella posizione LOW R in cui la corrente erogata è di alcuni mA, invece i campioni di Si hanno resistenze di alcuni k $\Omega$  e quindi si usa l'altra portata (HIGH R) e la corrente di alimentazione è di alcuni decimi di mA.

<sup>16</sup> Edmund Scientific; model 41028, 600 linee/ mm, *blaze wavelength* 0.5  $\mu$ m, model 41037, 1200 lines/ mm.

<sup>17</sup> Questo non è sempre vero: se l'angolo di blaze coincide con l'angolo medio di uscita dello spettro del secondo ordine, come nel caso di alcuni reticoli da noi usati, l'intensità del secondo ordine può essere anche molto maggiore dell'intensità del primo ordine.

Il sistema di rivelazione del segnale fotoconduttivo è composto da un preamplificatore a larga banda e guadagno  $\cdot 10$  o  $\cdot 100$  (montato sulla parte sinistra della scheda che contiene il generatore di corrente costante) e da uno dei canali del lock-in.

Quello per il segnale del sensore piroelettrico, da un convertitore corrente-tensione, da un preamplificatore con guadagno variabile tra 20 e 1000 (posto sulla scheda Lock-in) e dal secondo canale del lock-in.

## Il sensore piroelettrico

Dato che lo spettro di emissione della lampada non è noto, esso va misurato per poter normalizzare i dati raccolti ad una intensità costante della luce incidente. Anche il reticolo ha una funzione di trasferimento che dipende da  $\lambda$  e quindi dovremo misurare l'intensità della luce nelle stesse condizioni in cui misuriamo il segnale fotoconduttivo ed il segnale di trasmissione (semplicemente togliendo il campione).

Conviene naturalmente utilizzare un *sensore termico* perchè questo ha una risposta *piatta* cioè proporzionale all'intensità luminosa ma *indipendente dalla lunghezza d'onda*.

Un sensore di questo tipo è il sensore piroelettrico<sup>18</sup> che, se illuminato da luce intermittente, produce una debole corrente alternata (ordine di grandezza  $10^{-12} \mid 10^{-10}$  A) convertita in tensione mediante il circuito di figura 2 ( $R_f \approx 2 \cdot 10^{10} \Omega$ ).

Una alternativa ai sensori piroelettrici sono i sensori a termopila, costituiti da una serie di microgiunzioni a termocoppia, che però oltre che essere più costosi sono più delicati e possono sopportare minori intensità di luce incidente.

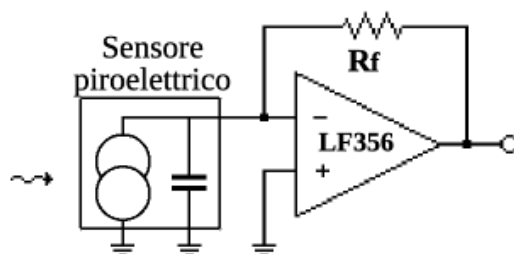


Figura 2: Convertitore corrente-tensione per il sensore di luce

Diametro dell'elemento sensibile	2 mm
Responsività tipica	1.1 $\mu$ A/W
NEP	6 $10^{-10}$ W/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Larghezza di banda ottica (senza finestra)	.0001 $\mid$ 1000 $\mu$ m
Temperatura d'esercizio	-55 $\mid$ +125 $^{\circ}\text{C}$
Costo	$\leq 50$ \$

Caratteristiche del sensore piroelettrico ELTEC 400

<sup>18</sup> ELTEC Instruments, Inc. P.O. box 9610 Central Business Park, Daytona Beach, FL, model 400

## Il reticolo di diffrazione per riflessione

Il reticolo di diffrazione per riflessione è un elemento ottico dispersivo che può essere utilizzato per costruire un monocromatore.

Esso è costituito da una successione di gradini paralleli incisi ad una distanza  $a$  (passo del reticolo) su una superficie riflettente. La normale a questa superficie è detta normale del reticolo. L'angolo  $\nabla$  formato dai gradini con questa superficie (*blazing angle*) è in genere di pochi gradi.

Consideriamo due raggi incidenti all'angolo  $\angle$  rispetto alla normale del reticolo sui due gradini adiacenti in B e C come in figura 3.

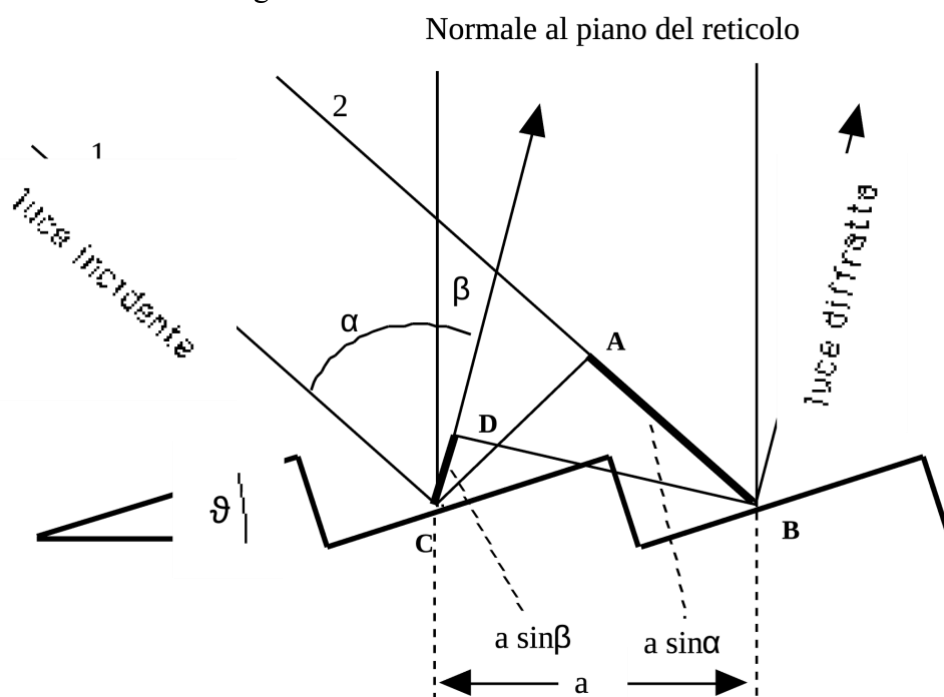


Figura 3: Schema del reticolo di diffrazione

Ogni gradino diventa una sorgente secondaria che riemette luce a tutti gli angoli.

I raggi di luce riemessi all'angolo  $\beta$  interferiranno costruttivamente se la differenza di cammino ottico AB-CD è un multiplo intero della lunghezza d'onda  $\lambda$ . Questo corrisponde alla condizione:

$$a (\sin \alpha - \sin \beta) = n\lambda \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

(il segno di  $\otimes$  si considera positivo quando  $\alpha$  e  $\beta$  stanno da parti opposte rispetto alla normale)

Per variare la lunghezza d'onda possiamo ruotare il reticolo *mantenendo fisse la direzione di incidenza della luce e quella di osservazione*: in tali condizioni si ha  $\alpha + \beta = \text{costante}$ . Posto  $2\psi = \alpha + \beta$  e  $2R = \alpha - \beta$  la equazione precedente si trasforma nella:

$$2a \cos \psi \sin R = n\lambda \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Si ha  $R=0$  quando la normale coincide con la bisettrice dell'angolo  $2\psi$  formato dalla direzione di incidenza e da quella di osservazione e in questa condizione si ha interferenza

costruttiva per tutte le  $\lambda$  (spettro di ordine  $n=0$ ) cioè nella direzione di osservazione si ha luce bianca.

Data la struttura a gradini del reticolo si capisce che quando la direzione di incidenza della luce viene a coincidere con la normale al gradino, e quindi forma un angolo  $\alpha=\nabla$  rispetto alla normale del reticolo, si avrà un intensificarsi della luce diffratta (*blazing*=accensione) in particolar modo se si osserva la luce diffratta nella direzione coincidente a quella di incidenza (condizione di Littrow,  $\beta=-\alpha$  ossia  $\psi=0$ ).

La lunghezza d'onda corrispondente (lunghezza d'onda di *blazing*) vale:  $\lambda_B = a(\sin\alpha - \sin\beta) = 2a \sin\nabla$

Se si lavora, come nel nostro caso, con  $\psi \neq 0$  si dimostra che la lunghezza d'onda di *blazing* si ha invece per  $\lambda'_B = \cos\psi \lambda_B$ .

### **L'amplificatore lock-in.**

A grandi linee il funzionamento del lock-in per rivelare il segnale fotoconduttivo è il seguente.

Poiché gli spazi oscuri nel disco rotante sono uguali a quelli trasparenti l'impulso luminoso è approssimativamente una onda quadra (semiperiodo positivo: luce, semiperiodo negativo: buio), durante il semiperiodo positivo ai capi del campione appare il segnale fotoconduttivo  $V_F$  più il rumore  $V_R$ , durante quello negativo appare solo il rumore.

Il circuito lock-in amplifica +1 durante il semiperiodo positivo e -1 durante quello negativo, usando un commutatore di guadagno agganciato all'impulso luminoso tramite un fototransistor che produce un segnale di riferimento ad onda quadra con la frequenza della modulazione della luce.

All'uscita del lock-in, un filtro RC fa la media del segnale su molti periodi: la tensione in uscita  $V_o$  risulta proporzionale al solo segnale fotoconduttivo, perché  $V_R$ , venendo invertito ad ogni semiperiodo e non essendo correlato a  $V_F$ , ha media nulla.

Se il segnale di riferimento è un'onda rigorosamente quadra, cioè con identica durata del semiperiodo positivo e di quello negativo, si ottiene una perfetta cancellazione anche di un eventuale fondo continuo (ad es. offset dell'amplificatore). Per questo il fototransistor è seguito da un comparatore con soglia regolabile che permette di simmetrizzare il segnale di riferimento anche in presenza di dissimmetrie nel segnale ottico.

Per il lock-in che amplifica il segnale di trasmissione vale lo stesso ragionamento, dato che il segnale di riferimento è lo stesso (due onde quadre in controfase che pilotano il doppio switch analogico CD4066 necessario per commutare il guadagno): esso è prodotto dal doppio comparatore comandato dal segnale in uscita dal fototransistor che è posto nel fascio luminoso modulato subito dopo la prima lente.

Il fototransistor (TIL 78 o equivalente) è alimentato fra i +9 V ed i -9 V tramite una resistenza da 2.7 k $\Omega$  collegata all'emettitore. La tensione all'emettitore che varia da  $\approx +9$  V quando c'è luce a  $\approx -9$  V quando c'è buio viene squadrata mediante i due comparatori LM311. Le due onde quadre risultanti sono disponibili per l'osservazione all'oscilloscopio

alle boccole contrassegnate dalle scritte TRG1 e TRG2. Il potenziometro da  $10\text{ k}\Omega$  permette di rendere uguali le durate della semionda positiva e di quella negativa anche se il segnale luminoso non è perfettamente simmetrico.

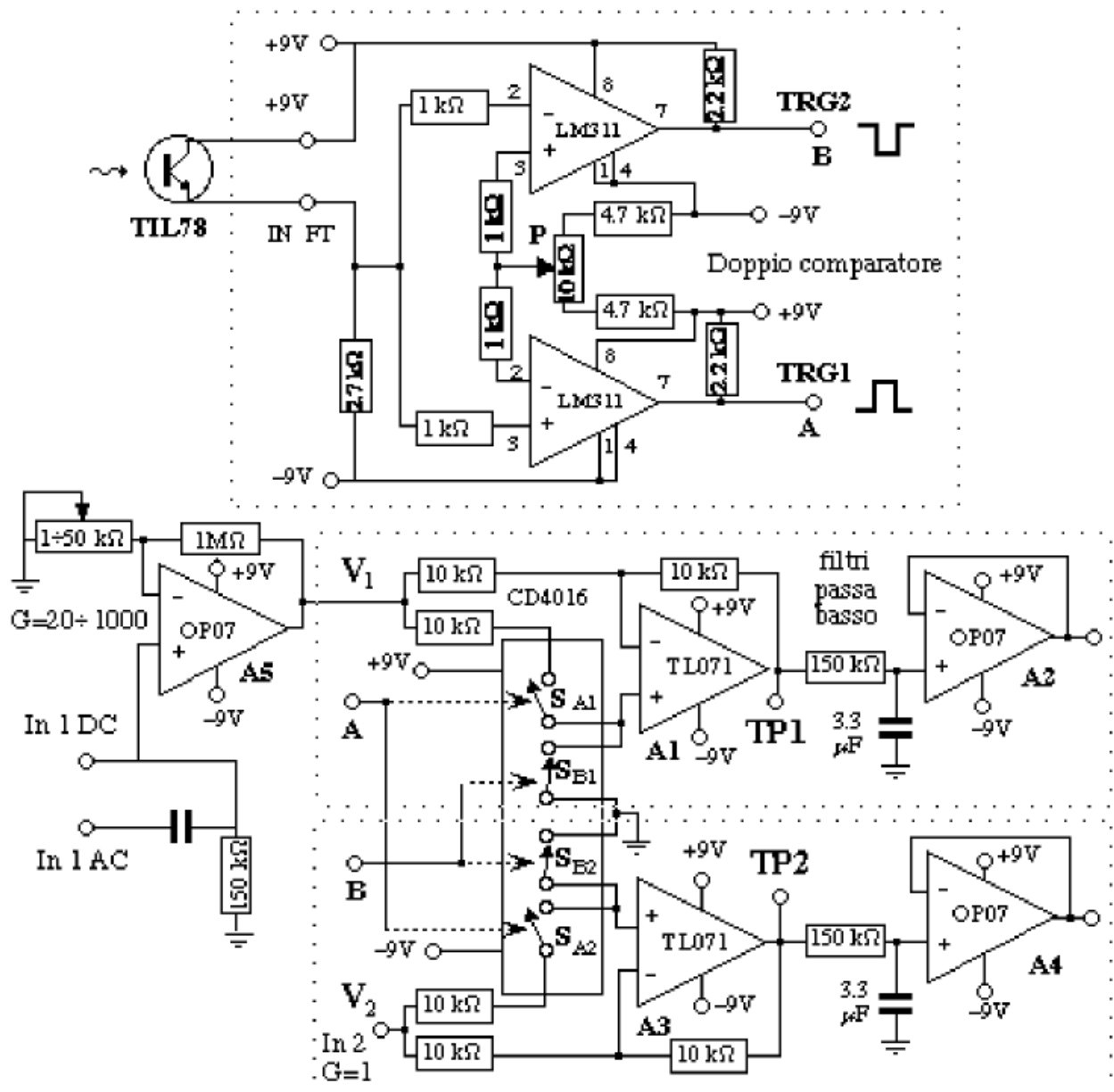


Figura 4 : Schema del doppio comparatore e del lock-in

Ciascun canale del doppio lock-in è costituito da un primo operazionale (TL071) che esegue la commutazione del guadagno da  $+1$  a  $-1$  dal momento che il suo ingresso non invertente, mediante lo switch analogico CD4016, viene alternativamente collegato a massa oppure alla resistenza da  $10\text{ k}\Omega$  nelle due semionde positiva e negativa del segnale di riferimento. Il TL071 funziona da amplificatore invertente quando ha l'ingresso non invertente a massa mentre lascia passare inalterato il segnale in ingresso nell'altra fase.

C'è poi un filtro passabasso (con  $RC \gg 1/\omega_0$ , ove  $\omega_0$  è la frequenza del segnale) che fa la media dei segnali delle due semionde ed infine un secondo operazionale a basso offset

(OP07) configurato a "buffer", la cui funzione è solamente quella di abbassare l'impedenza di uscita del circuito in modo da poter leggere la tensione in uscita anche con un voltmetro a bassa impedenza.

La piastra del lock-in presenta due boccole di calibrazione (indicate con le scritte TP1 e TP2) per poter controllare all'oscilloscopio il corretto funzionamento del lock-in : i segnali in TP devono essere come quelli ai rispettivi ingressi ma con una semionda invertita.

### **Raccolta ed analisi dei dati**

-Alimentare la piastra del lock-in con i +9, 0 e -9 V di un alimentatore duale (non superare questi valori per non danneggiare lo switch analogico CD4016) -Collegare i due fili del fototransistor alla piastra del lock-in rispettando le polarità : l'emettitore va connesso alla boccia IN-FT ed il collettore ai +9V.

-Regolare la simmetria dell'onda quadra.

-Per il segnale fotoconduttivo (variazione della tensione ai capi del campione) si deve: polarizzare il campione mediante il generatore di corrente costante alimentato fra il +9 V e lo 0 V dello stesso alimentatore duale. Il segnale ai capi del campione<sup>19</sup> va quindi mandato all'ingresso del preamplificatore (fra l'ingresso IN- collegato a massa e l'ingresso contrassegnata dalla scritta IN C-R), alimentato anch'esso coi +9, 0 e -9 V dell'alimentatore duale. Il commutatore che seleziona il tipo d'ingresso al preamplificatore va nella posizione C-R. Si collega infine l'uscita del preamplificatore (boccia con la scritta  $\cdot 10$  o con la scritta  $\sqrt{f} \cdot 100, \cdot 1000$ ) all'ingresso 2 del lock-in (quello non preamplificato).

-Per il segnale di trasmissione (variazione della luce misurata dal piroelettrico) si collega l'uscita del convertitore corrente-tensione del piroelettrico all'ingresso IN-AC del canale 1 del lock-in. Anche qui il commutatore che seleziona il tipo d'ingresso 1 del lock-in va nella posizione IN-AC per tagliare la eventuale componente continua del segnale prima che esso venga amplificato dal preamplificatore (A5 in figura 4) con guadagno variabile da 20 a 1000. Per valutare l'energy gap si deve individuare la soglia dell'effetto fotoelettrico interno e quindi ci basta misurare i due segnali in unità arbitrarie, ad esempio semplicemente in Volt .

Poiché l'efficienza del reticolo è funzione dell'angolo di incidenza, si ottengono valori diversi di  $V_{out}$  a parità di R per rotazioni in senso orario o in senso antiorario. Ciò tuttavia è inessenziale ai fini della determinazione di  $\lambda_s$ .

Dato che l'intensità della luce emessa dalla lampada non è uguale per tutte le lunghezze d'onda sarà invece necessario normalizzare i dati ottenuti (sia per la variazione di resistenza proporzionale al numero di coppie generate, sia per l'intensità della luce trasmessa) all'intensità della luce incidente sul campione ai diversi valori di  $\lambda$ .

---

<sup>19</sup> In questa configurazione a due terminali assumiamo che la resistenza di contatto resti costante, approssimazione ragionevole se la regione dei contatti viene schermata dalla luce incidente.



Indicando con  $V_P$  le tensioni in uscita lette dal sensore piroelettrico *senza il campione semiconduttore*, la funzione  $V_P(\lambda)$  ci dà lo spettro della luce che incide sul campione.

I valori delle tensioni acquisite dai due ingressi della interfaccia vanno quindi normalizzati all'intensità luminosa, cioè vanno divisi per i corrispondenti valori di  $V_P$ , o meglio al *numero di fotoni*, cioè<sup>20</sup> dividendo ancora per  $h\nu$ .

Un esempio di misura per un campione di Silicio è mostrato in figura 5 ove si ottiene rispettivamente, per l'energy gap estrapolata dal segnale fotoconduttivo  $E_{gf} = 1.11 \pm 0.01$  e dal segnale di luce trasmessa  $E_{gt} = 1.126 \pm 0.010$  eV.

Questi valori di  $E_g$  sono stati ottenuti individuando con due rette orizzontali il “fondo” dei segnali nella zona ad energie minori ( $\lambda$  maggiori) ed interpolando con due rette i fronti di salita e discesa: le intersezioni delle rette inclinate con quelle orizzontali forniscono i due valori “di soglia”, cioè l'energia minima a cui inizia l'effetto fotoelettrico.

Il valor medio delle due determinazioni di  $E_g$  è in buon accordo con il valore di letteratura:  $E_g = 1.12$  eV<sup>21</sup>.

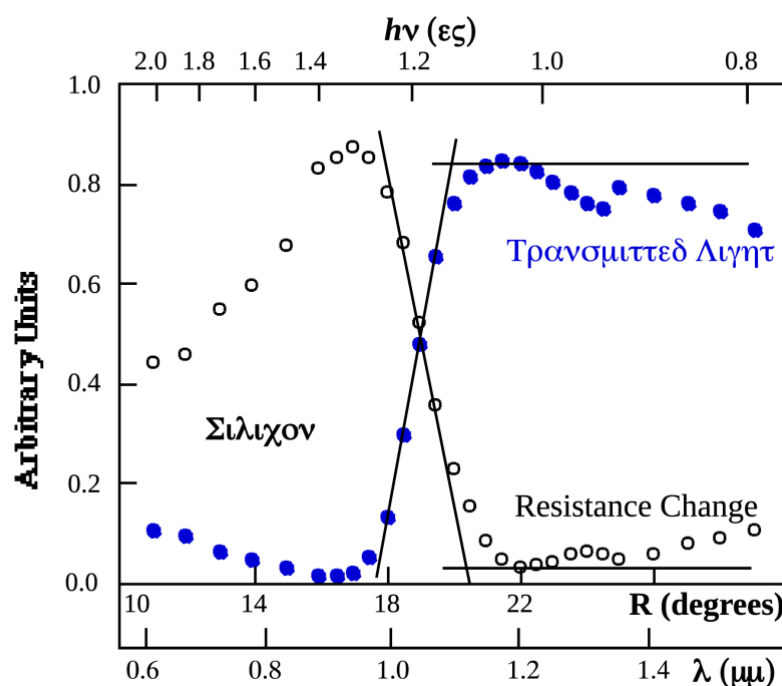


Figura 5 : Campione di Si : i tondi aperti riportano il segnale fotoconduttivo, e i tondi chiusi il segnale proporzionale all'intensità della luce trasmessa. (Reticolo da 1200 righe/mm;  $2\psi = 30$  gradi)

La risalita del segnale fotoconduttivo che si osserva dopo la rapida discesa corrispondente alla soglia  $\lambda_s$  è dovuta alle lunghezze d'onda d'ordine superiore al primo. Per non avere questo problema conviene interporre nel fascio luminoso diffratto un filtro ottico passa-alto, cioè che trasmette la

<sup>20</sup> L'intensità luminosa è infatti qui misurata da un sensore termico che dà un segnale *proporzionale all'energia* depositata dai fotoni.

<sup>21</sup> O. Madelung, *Semiconductors: Group IV Elements and III-V Compounds*, in *Data in Science and Technology*, R. Poerschke Editor, Springer-Verlag, Berlin (1991).

luce di lunghezza d'onda maggiore di un certa lunghezza d'onda di taglio. Nel caso dei campioni di Silicio questa lunghezza d'onda di taglio dovrebbe essere prossima a  $0.8 \text{ } | 0.9 \text{ } \mu\text{m}$  (filtro rosso scuro<sup>22</sup>), nel caso del Germanio ci vuole un filtro infrarosso che può benissimo essere un wafer di Si.

Soprattutto nel caso di campioni di Si si noterà che il segnale fotoconduttivo, anche dopo la normalizzazione, è molto basso nella zona delle lunghezze d'onda visibili ( $0.6 \text{ } | 0.8 \text{ } \mu\text{m}$ ), come se i fotoni di queste lunghezze d'onda, pur avendo energie ben maggiori dell'energy gap, non producessero coppie elettrone-lacuna. La spiegazione di questo apparente paradosso sta nel fatto che il coefficiente di assorbimento della luce  $\mu$ , definito dalla relazione  $I=I_0\exp(-\mu x)$  (dove  $I$  è l'intensità luminosa trasmessa da uno spessore  $x$  del materiale in esame) cala in maniera estremamente rapida al crescere della lunghezza d'onda <sup>23</sup>. Pertanto i fotoni a minore lunghezza d'onda riescono solo a penetrare uno spessore ridottissimo e le coppie qui prodotte si ricombinano immediatamente e non contribuiscono a ridurre la resistenza del campione. Infatti la ricombinazione delle coppie elettrone-lacuna è notevolmente maggiore in prossimità della superficie del monocristallo per effetto dei difetti reticolari dovuti sia alla rottura di simmetria del reticolo che al danneggiamento conseguente al taglio .

Questo fenomeno è osservabile anche nel caso del Germanio per  $\lambda < 1.5 \text{ } \mu\text{m}$ .

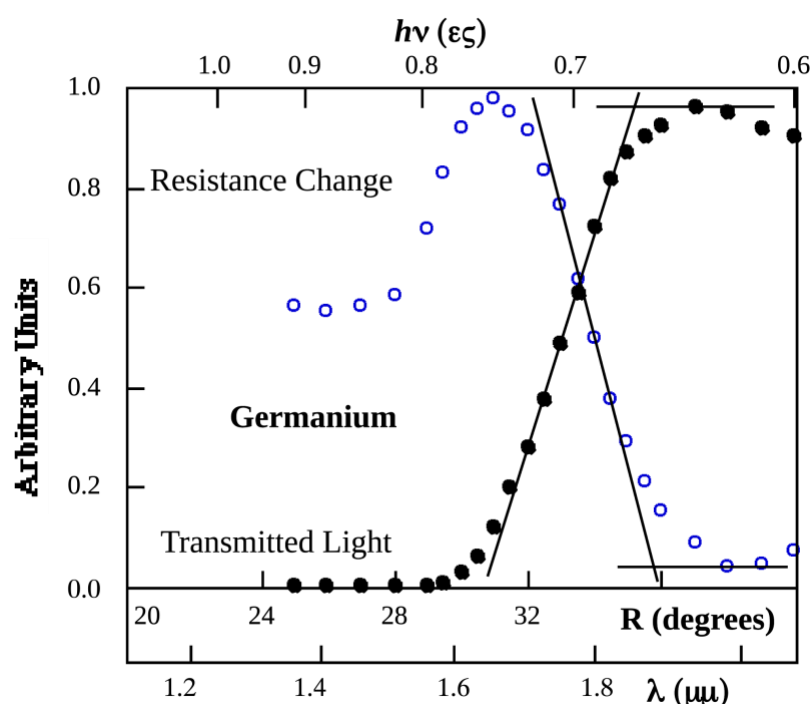


Figura 6: Campione di Ge, i tondi aperti riportano il segnale fotoconduttivo, e i tondi chiusi il segnale proporzionale all'intensità della luce trasmessa (reticolo da 600 righe/mm;  $2\psi = 30$  gradi;  $E_g = 0.664 \pm 0.006 \text{ eV}$ )

<sup>22</sup> Model RG 715 , Newport Instruments AG; lunghezza d'onda di taglio:  $0.715 \text{ } \mu\text{m}$ .

<sup>23</sup> Si veda ad esempio S.M.Sze *Fisica dei dispositivi a semiconduttore*, Tamburini 1973

## L'ESPERIMENTO DI HAYNES E SHOCKLEY

### Introduzione

L'esperimento proposto nel 1949 da J.R.Haynes e W.Shockley <sup>24</sup> per misurare la mobilità di deriva di elettroni e lacune nei semiconduttori è estremamente semplice dal punto di vista concettuale ma purtroppo presenta difficoltà operative nella scelta e preparazione dei campioni e nell'uso dei contatti a punta. Cionondimeno vale la pena, anche se talora non si riesce ad ottenere risultati quantitativi pienamente soddisfacenti, di usarlo almeno per una visualizzazione qualitativa dei fenomeni di deriva, diffusione e ricombinazione dei portatori in eccesso.

Si abbia una sbarretta di semiconduttore drogato P, lunga alcuni centimetri, e con due contatti ohmici saldati alle estremità. All'interno del cristallo si produce un campo elettrico  $E_s$ , detto campo di spazzolamento ( $E_s \approx 10\text{V/cm}$ ), mediante un generatore di tensione pulsato schematizzato nella figura 1 come una batteria più un interruttore.

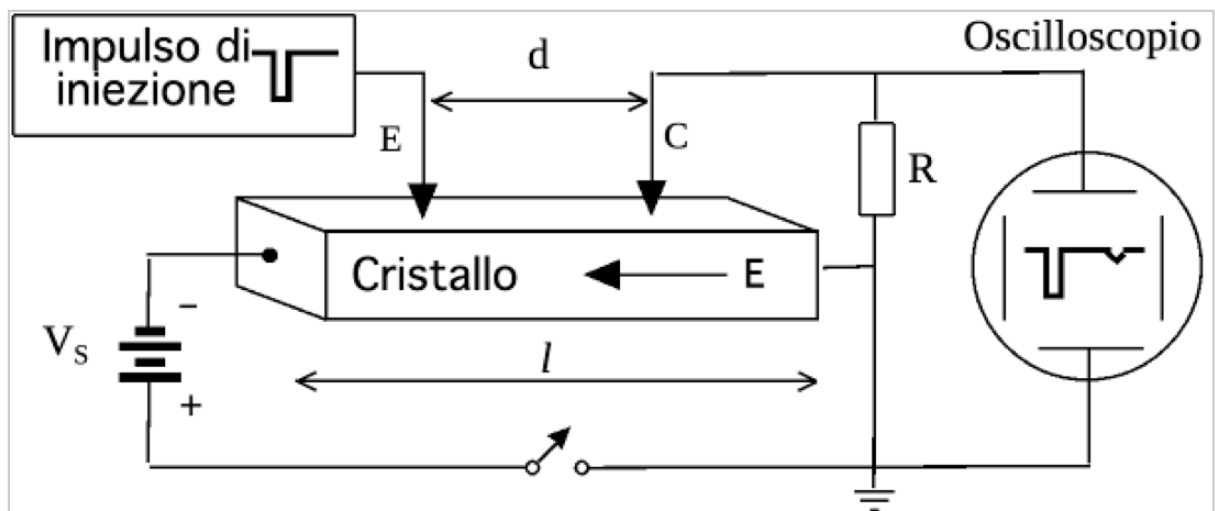


Figura 1: Schema di principio

<sup>24</sup>J.R.Haynes e W.Shockley Phys.Rev. 75,691 (1949) e Phys.Rev. 81,835 (1951). Vedi anche per successivi miglioramenti tecnici H.B.Prince Phys. Rev. 92,681 (1953) e Phys.Rev. 93,1204 (1954)

Due contatti a punta (elettrodi E e C) vengono appoggiati alla superficie del cristallo, separati da una distanza  $d$  di alcuni millimetri. Il contatto a punta è almeno parzialmente rettificante e perciò viene rappresentato in figura 2 come un diodo.

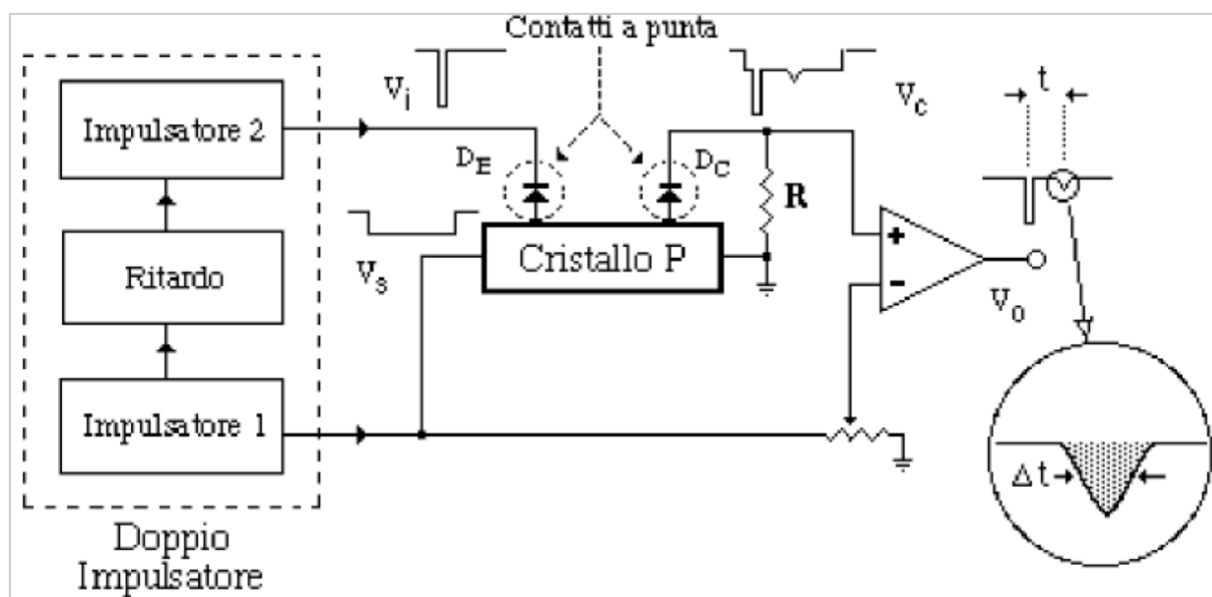


Figura 2 Schema a blocchi effettivo

Se si applica all'elettrodo E (emettitore) un impulso negativo di pochi microsecondi di durata e di ampiezza sufficiente a polarizzare direttamente il diodo  $D_E$ , si avrà iniezione di elettroni nella regione del cristallo immediatamente sottostante alla punta E. Questo fiotto di elettroni, sotto l'azione del campo di spazzolamento  $E_s$ , comincerà a spostarsi verso destra con velocità di deriva  $v_d$ , e dopo un certo tempo  $t$  raggiungerà la zona del cristallo sottostante alla punta C (collettore).

Questo secondo diodo  $D_C$  è polarizzato inversamente (infatti il suo "catodo" è collegato verso massa tramite la resistenza  $R$  ed il suo "anodo" è a contatto col cristallo che è tutto a potenziale negativo) e quindi attraverso la resistenza  $R$  fluisce solo la debole corrente inversa del diodo (elettroni dal semiconduttore P al metallo). L'arrivo del fiotto di elettroni, aumentando la concentrazione dei portatori minoritari nella regione del contatto C, provoca un aumento della corrente inversa e quindi un abbassamento del potenziale all'estremo della resistenza connessa al collettore.

Sullo schermo dell'oscilloscopio, connesso ai capi della resistenza  $R$ , si osserva un primo impulso negativo stretto e di ampiezza confrontabile con quella dell'impulso di iniezione e, con un certo ritardo  $t$ , un secondo impulso negativo più largo e di ampiezza minore. Se si dispone di un oscilloscopio a doppia traccia si potrà osservare che il primo picco è contemporaneo all'impulso di iniezione: esso è infatti il segnale di propagazione del campo elettromagnetico che viaggia nel cristallo come in ogni conduttore, alla velocità della luce (entro quel mezzo).

Il secondo impulso invece corrisponde al passaggio sotto il collettore del fiotto di elettroni: la sua forma approssimativamente gaussiana e la sua ampiezza sono determinate

dai fenomeni di diffusione e ricombinazione. Gli elettroni iniettati, infatti, man mano che derivano verso il collettore, diffondono in tutte le direzioni per cui l'impulso rivelato si allarga sempre più al crescere del ritardo  $t$ . Gli elettroni inoltre si ricombinano con le lacune che incontrano lungo il percorso, per cui il numero di elettroni che raggiungono effettivamente il collettore decresce esponenzialmente nel tempo secondo la legge:

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau) \quad [1]$$

dove  $\tau$  è la *vita media di ricombinazione dei portatori in eccesso*.

La misura del ritardo  $t$  e della distanza fra le punte fornisce la velocità di deriva degli elettroni:

$$v_d = d/t \quad [2].$$

Dalla misura dell'ampiezza  $V_S$  dell'impulso di spazzolamento e della lunghezza  $l$  del cristallo si ottiene il valore del campo di spazzolamento  $E_S = V_S/l$  e quindi della mobilità degli elettroni

$$\mu = |v_d|/|E_S| = d/l / (t V_S) \quad [3].$$

Dalla misura della larghezza a metà altezza  $\Delta t$  dell'impulso di collettore corrispondente al passaggio dei portatori iniettati, si può ricavare il valore della costante di diffusione  $D$ , mediante la relazione:

$$(v_d \Delta t)^2 = 11.08 D t \quad [4]$$

(valida se la durata dell'impulso di iniezione è trascurabile rispetto al ritardo  $t$  e alla larghezza  $\otimes t$ ). Infatti, come spiegato nel § 3, la diffusione determina uno "sparpagliamento" gaussiano dei portatori iniettati. Questa distribuzione gaussiana di larghezza a metà altezza  $\Delta x = \boxed{\phantom{000}}$  per effetto del campo di spazzolamento "scorre" lungo il cristallo con una velocità di deriva  $v_d$  e quindi impiega il tempo  $\Delta t = \Delta x/v_d$  a passare sotto il collettore.

Dalla misura dell'area  $A$  racchiusa dall'impulso di collettore si può ottenere almeno una stima della vita media  $\tau$  dei portatori in eccesso: si ha infatti

$$A = R \int_0^\infty \Delta i(t') dt' \quad R \ll N,$$

dove  $\Delta i(t') = V_C(t')/R$  è l'aumento della corrente inversa del collettore,  $V_C(t')$  l'ampiezza dell'impulso,  $R$  l'efficienza con cui il collettore raccoglie i portatori minoritari,  $e$  la carica elementare ed  $N$  il numero di portatori iniettati che transitano sotto il collettore. Poiché  $N$  diminuisce col tempo  $t$  secondo la relazione [1] si ha appunto:

$$A(t) = A_0 \exp(-t/\tau) \quad [5].$$

Le stesse informazioni si possono ottenere per le lacune, usando un cristallo drogato  $N$ , ed impulsi di spazzolamento e di iniezione positivi anziché negativi. La polarità dei diodi equivalenti ai contatti a punta sarà rovesciata rispetto a quella di figura 2.

E' anche possibile creare i portatori in eccesso mediante un impulso di luce : qui si usa la luce infrarossa di lunghezza d'onda  $\lambda \approx 0.9 \text{ }\mu\text{m}$  prodotta da un diodo LASER e immessa in una fibra ottica del diametro di  $200 \text{ }\mu\text{m}$  la cui estremità libera viene affacciata al cristallo di Ge al posto della punta E. Con ciò si semplifica l'esecuzione dell'esperimento, dovendo far funzionare il solo contatto a punta di collettore e si riesce anche a creare una maggior quantità di portatori in eccesso in un tempo più breve (la durata dell'impulso LASER è regolabile tra 20 e 200 ns).

Lo schema a blocchi del circuito che produce sia l'impulso di spazzolamento che l'impulso che pilota il LASER è riportato più avanti.

Per rendere intuitivi i fenomeni in gioco in questo esperimento si è scelto di darne una descrizione alquanto semplificata e piuttosto qualitativa. Una interpretazione analitica basata sulla soluzione dell'equazione della diffusione dipendente dal tempo, si può trovare ad esempio in S.Wang *Fundamentals of Semiconductors and Device Physics* § 7.8 . Tale descrizione procede lungo le linee seguenti.

Immediatamente dopo l'iniezione degli elettroni in eccesso, entro un tempo dell'ordine di  $\epsilon/\sigma$  (*dielectric relaxation time* dell'ordine dei  $10^{-12}$  s tipicamente,  $\epsilon$ =costante dielettrica,  $\sigma$ =conducibilità ), una concentrazione di lacune in eccesso neutralizza la concentrazione degli elettroni in eccesso nella zona di iniezione. L'aumento della densità di portatori riduce la resistenza del campione e provoca quindi una immediata variazione del potenziale della punta C (di segno negativo e durata pari alla durata dell'iniezione).

Successivamente gli elettroni in eccesso si muovono *assieme alle lacune in eccesso* dalla punta I alla punta C con una mobilità effettiva  $\mu^* = [\mu_e \mu_h (p-n)]/(\mu_e n + \mu_h p)$  che, dal momento che il cristallo è drogato P ( $p \gg n$ ), si riduce a  $\mu^* \approx \mu_e$  cioè alla mobilità dei portatori minoritari (elettroni).

Quando questa "nuvola" di portatori in eccesso raggiunge il collettore C questo raccoglie i portatori minoritari e quindi ai capi di R si produce un segnale negativo di forma (approssimativamente) gaussiana.

## § 2 Attrezzatura necessaria

- a) Campione semiconduttore
- b) Contatti a punta e sistema per posizzionarli o in alternativa fibra ottica e contatto a punta di raccolta dei portatori minoritari ("collettore")
- c) Impulsatore doppio per dare l'impulso di spazzolamento e l'impulso di iniezione (o l'impulso LASER)
- d) Sistema di rivelazione dell'impulso di collettore

## Il campione

Il campione semiconduttore è una sbarretta tagliata da un monocristallo semiconduttore di dimensioni  $\approx 30 \cdot 3 \cdot 3 \text{ mm}^3$ , con contatti ohmici alle due estremità. Conviene usare il Ge perché i contatti terminali si realizzano facilmente con un comune saldatore a stagno.

La preparazione dei campioni di Ge è un po' laboriosa ma non presenta grosse difficoltà : si deve levigare ("lappare") il cristallo su una superficie piana con una carta abrasiva finissima (n.2000) e acqua fino a fargli assumere un aspetto speculare e quindi lucidarlo con pasta diamantata, successivamente il cristallo va immerso in CP4 <sup>25</sup> per circa 1 minuto in modo da pulire chimicamente la superficie, e quindi lavato in acqua distillata. A questo punto i due fili terminali si saldano a stagno senza problemi (eventualmente con una goccia di disossidante Castolin).

Il Ge è un materiale molto costoso ed una sbarretta delle dimensioni indicate ha un prezzo dell'ordine delle 100.000 lire o più, per questo motivo converrebbe usare il Si il cui costo è inferiore di un ordine di grandezza, ma su cui è molto più difficile fare i contatti ohmici. Occorre infatti, dopo le solite operazioni di lappatura e pulizia, depositare sotto vuoto uno strato di Al (su Silicio P) o di Au (su Silicio N) alle estremità della sbarretta, far diffondere il metallo entro il Si con un opportuno riscaldamento in atmosfera inerte ed infine incollare i fili terminali mediante una resina epossidica conduttrice a base di argento.

## I contatti a punta

Come punte si possono usare degli aghi di acciaio da ricamo della misura più piccola esistente in commercio. Il cristallo è fissato su un supporto isolante (plexiglass) tramite i due fili saldati alle estremità.

Dietro il campione c'è una scala millimetrata per misurare la distanza fra le punte. Per una misura più precisa si può usare un piccolo cannocchiale montato su una slitta con movimento micrometrico, tralasciando una volta il collettore e l'altra la punta di iniezione (o la fibra ottica) e leggendo sulla scala del micrometro lo spostamento eseguito.

Per posizionare le punte sul campione si hanno due supporti mobili su ciascuno dei quali è impennata una sbarretta metallica che porta ad una estremità l'aghetto. La moderata pressione necessaria per il contatto a punta è ottenuta con una molla che può venir caricata più o meno mediante una vite di regolazione (figura 3).

---

<sup>25</sup>Il CP4 è una miscela di acido nitrico (60%), acido acetico (30%) ed acido fluoridrico (10%). E' una sostanza tossica, da usare con molta cautela evitando il contatto con la pelle e l'inalazione dei vapori.

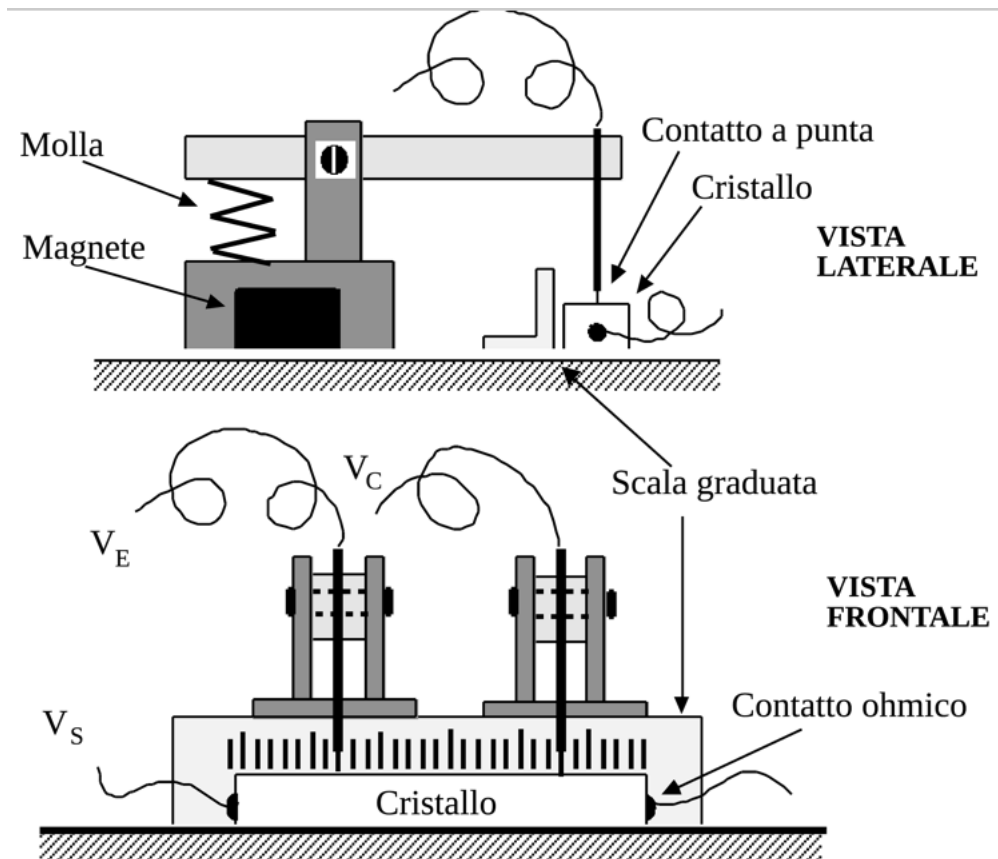


Figura 3 Sostegni per le punte

## L'impulsatore

Il campo di spazzolamento non può essere applicato costantemente al cristallo se si vuole evitare di surriscaldarlo. Occorre quindi un generatore di impulsi di tensione di ampiezza regolabile, di durata dell'ordine di alcune centinaia di microsecondi e con frequenza di ripetizione non superiore al kHz<sup>26</sup>. Questo impulsore sostituisce la batteria e l'interruttore della figura 1.

Occorre poi un secondo impulsore sincronizzato con il primo per produrre l'impulso da applicare alla punta E per l'iniezione degli elettroni (o l'impulso di accensione del LASER). La durata dell'impulso di iniezione deve essere al massimo di pochi microsecondi (per l'iniezione a punta e di frazioni di microsecondo per l'impulso laser), e la sua ampiezza regolabile.

L'impulso di iniezione deve essere prodotto con un certo *ritardo* rispetto all'inizio dell'impulso di spazzolamento in modo che i fenomeni transitori di modulazione della conduttività elettrica del cristallo, dovuti ad una non perfetta ohmicità dei contatti

<sup>26</sup>Il rapporto tra la potenza dissipata con una tensione di spazzolamento impulsata e quella dissipata con polarizzazione in d.c. è pari al rapporto tra tempo di accensione  $t_1$  e tempo di spegnimento  $t_2$  (*duty cycle*) e per impulsi brevi è ben approssimato dal prodotto  $t_1 \cdot f$  (ove  $f$  è la frequenza di ripetizione).



terminali, abbiano modo di esaurirsi prima della iniezione degli elettroni. E' conveniente che questo ritardo si possa regolare da zero all'intera durata dell'impulso di spazzolamento.

Per l'esperimento con cristalli di tipo N servono impulsi positivi mentre per i cristalli di tipo P servono analoghi impulsi negativi. Per questo motivo si utilizza un alimentatore di tensione con uscite ( $V^+$  e  $V^-$ ) "floating", che possono cioè essere collegate alternativamente a massa, per alimentare il generatore di impulsi. Quando si pone a massa  $V^-$  si ha  $V^+=30V$ , e quando si pone a massa  $V^+$  si ha  $V^-=30V$ .

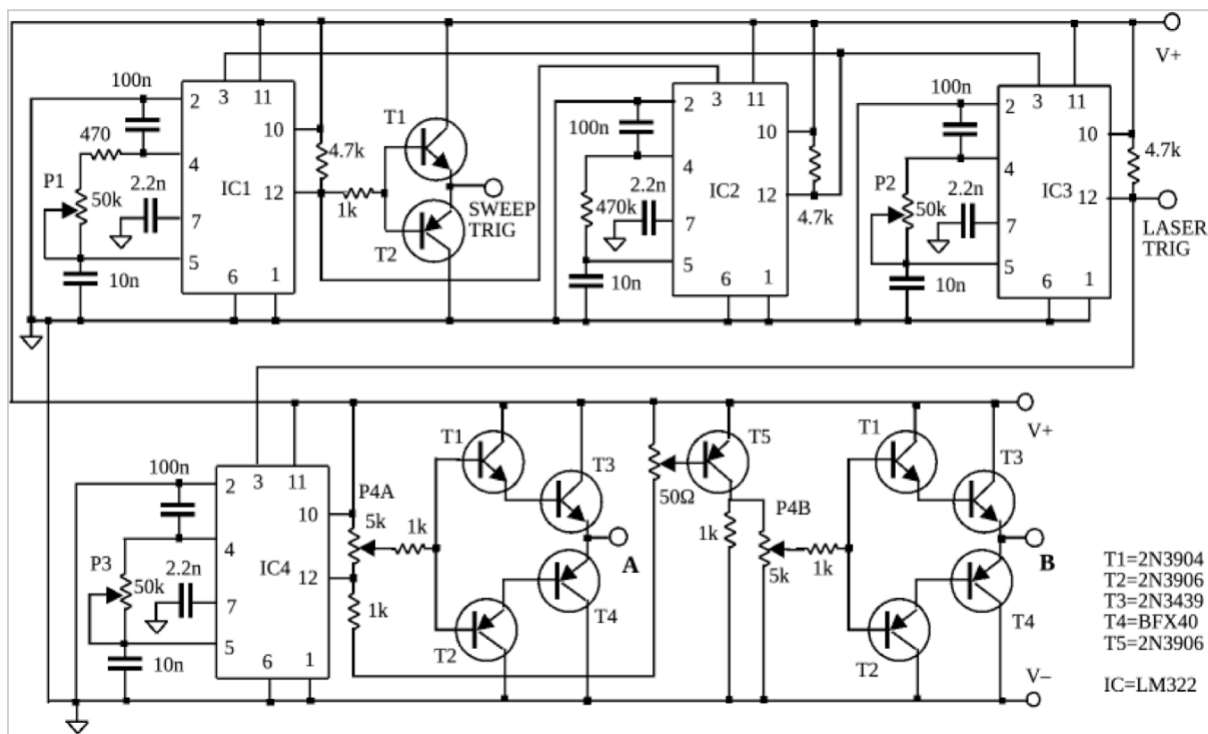


Figura 4: schema dell'impulsatore

Il generatore di impulsi (figura 4) consiste in un multivibratore astabile (IC1 e IC2 collegati "ad anello") per produrre l'impulso di comando (SWEEP TRIG) della tensione di spazzolamento  $V_S$ , seguito da un primo monostabile (IC3) che fornisce il ritardo, e da un secondo monostabile (IC4) che genera l'impulso di iniezione ( $V_I$ ).

Il segnale SWEEP TRIG, amplificato in corrente da uno stadio di uscita (transistori  $T_1$  e  $T_2$ ) ad inseguitori complementari, viene utilizzato per accendere (tramite un fotoaccoppiatore) un transistor di potenza (MOSFET) che connette una estremità del campione alla tensione fornita da un secondo alimentatore floating regolabile tra 0 e 100V. L'altra estremità del campione è connessa a massa. Ciò consente di disporre di un impulso di spazzolamento  $V_S$  di ampiezza maggiore di quella consentita dal timer LM322 (max  $\approx 30V$ ).

La polarità (sia per  $V_S$  che per  $V_I$ ) viene selezionata da un deviatore: le scritte P e N sul pannello stanno ad indicare il tipo di cristallo, e selezionano rispettivamente impulsi negativi (P) e positivi (N).

Anche l'impulso di iniezione  $V_I$  è prelevato all'uscita di uno stadio ad inseguitori complementari (uscita A della coppia di darlington T1-T3 e T2-T4) che connettono alternativamente l'emettitore E ad una delle due uscite dell'alimentatore floating da 30V. Lo stadio ad inseguitori complementari è duplicato (uscita B) dopo un invertitore (T5) che fa in modo che B sia in controfase ad A. I potenziometri P4A e P4B consentono di variare indipendentemente l'ampiezza degli impulsi  $V_I$  nei due casi. Il deviatore che cambia le polarità degli impulsi provvede anche a selezionare il corrispondente canale per mantenere il corretto duty cycle<sup>27</sup>.

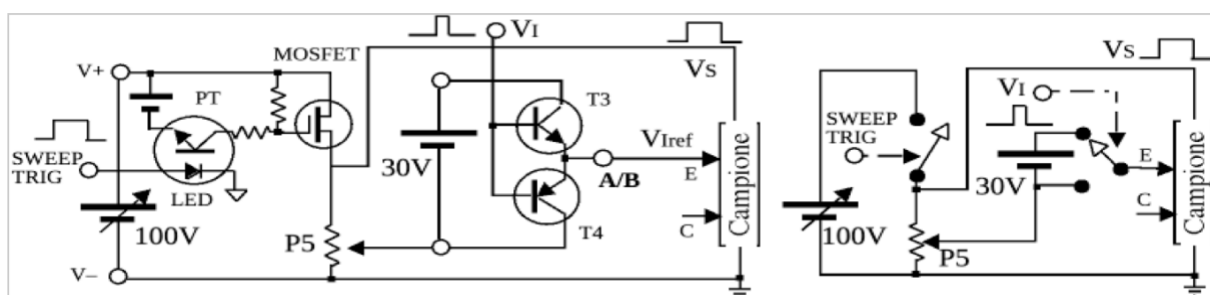


Figura 5 : Impulsatore: Schema a blocchi (a sinistra) e schema funzionale (a destra).

In figura 5 è riportato a sinistra uno schema semplificato del doppio impulsatore nel caso si usi l'iniettore a punta (emettitore). Quando il segnale SWEEP TRIG accende il LED, il fototransistor PT del fotoaccoppiatore accende il MOSFET<sup>28</sup> che connette il campione alla tensione di alimentazione (segnale  $V_S$ ). Il segnale  $V_I$  invece pilota gli inseguitori T3 e T4 (nel canale A per impulsi negativi e nel canale B per impulsi positivi). Nella stessa figura a destra lo stesso schema è tracciato evidenziando il ruolo di interruttore del MOSFET e di commutatore della coppia di transistors T3 e T4.

L'ampiezza dell'impulso di iniezione  $V_I$  va riferita alla tensione  $V_{Iref}$  sentita dalla punta E durante l'impulso di spazzolamento.  $V_{Iref}$  dipende sia dall'ampiezza di  $V_S$  che dalla posizione della punta: il campione infatti agisce da partitore resistivo e  $V_{Iref}$  cresce linearmente allontanando la punta dal terminale del campione posto a massa: nell'ipotesi che il semiconduttore sia omogeneo e che la resistenza dei contatti terminali sia trascurabile rispetto alla resistenza del cristallo,  $V_{Iref}$  è dato dalla relazione  $V_{Iref} = V_S x / l$ , dove x è la distanza dell'emettitore dall'estremità del cristallo posta a terra. Pertanto, una volta posizionato l'emettitore a punta si dovrà misurare x e regolare il potenziometro P5 per portare il suo cursore al valore  $V_{Iref}$  (figura 5).

Nel caso si usi l'iniezione di fotoni (impulso laser) questo problema non esiste: un deviatore posto sul pannello dell'impulsatore permette di scegliere se inviare il segnale di iniezione alla punta o al

<sup>27</sup>Si sarebbe potuta sfruttare l'opzione della commutazione logica positiva/negativa del timer LM322, spiegata più avanti, per eliminare il doppio canale, ma ciò avrebbe introdotto una dissimmetria nei fronti di salita e discesa dell'impulso.

<sup>28</sup>Polarizzato da una alimentazione ausiliaria a 12V, schematizzata da una batteria in figura 5

driver del diodo laser.

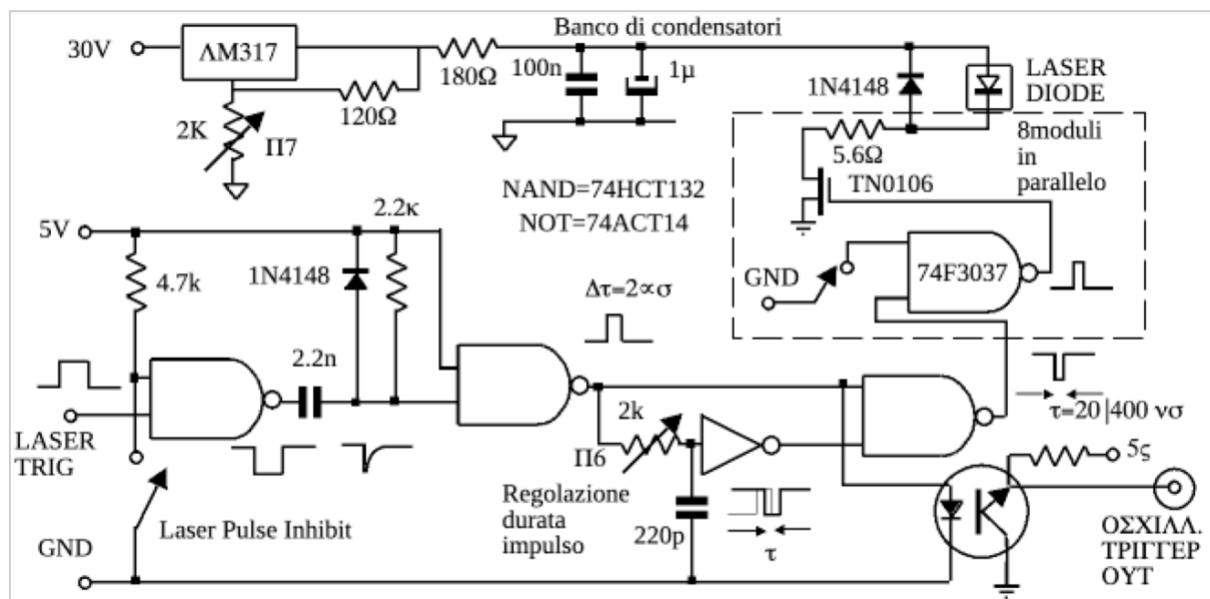


Figura 6: Schema semplificato del circuito per pilotare l'impulso laser

Lo schema del driver per il diodo laser è riportato in figura 6. Il segnale LASER TRIG, proveniente dal monostabile IC3 di figura 4, comanda la prima porta NAND (se essa non è inibita dall'apposito interruttore che pone a massa l'altro ingresso), e all'uscita il segnale invertito viene derivato da un filtro C-R. Lo spike risultante viene squadrato e di nuovo invertito dal secondo NAND. L'impulso risultante (largo circa  $2\text{ }\mu\text{s}$ ) viene inviato direttamente e attraverso un filtro R-C, che fa commutare un inverter con un ritardo  $\tau$ , ai due ingressi del terzo NAND. Questi si trovano allo stesso livello solo per un intervallo di tempo pari al ritardo e quindi all'uscita compare un impulso negativo di durata  $\tau$  (regolabile tramite il potenziometro P6). Questo impulso viene usato per pilotare in parallelo fino a 8 moduli di potenza (costituiti ciascuno da un MOSFET TN0106) abilitati o disabilitati da altrettante porte NAND di potenza (74F3037, 160 mA). Il parallelo di questi interruttori veloci è reso necessario dalla elevata corrente di picco richiesta dal diodo laser (oltre 15 A per il modello C86150E della EG&G).

La corrente viene erogata da un banco di condensatori tra loro in parallelo alimentati dal generatore floating da 30V tramite un regolatore di tensione (LM317) ed il potenziometro P7 che consente di variare la tensione di carica dei condensatori e quindi la corrente totale che attraversa il diodo LASER in ogni impulso (e in definitiva il numero di fotoni emessi).

L'uscita della seconda porta NAND viene anche usata per produrre, tramite un fotoaccoppiatore ottico (necessario perché l'alimentatore da 30 V lavora fuori massa), un impulso positivo di durata  $\approx 5\mu s$  (OSCILL. TRIGGER OUT) il cui inizio dà il tempo di accensione del diodo LASER e che può servire come trigger per l'oscilloscopio.

### Specifiche del diodo LASER C86150E (P/N PGAS1S09)

Lunghezza d'onda  $905 \pm 20$  nm

Corrente massima 25 A

Potenza di picco (minima) 12 W

Tempo di funzionamento (massimo) 200 ns

Frequenza di ripetizione massima 5 kHz

### Dettagli del circuito impulsatore

I *timers* (IC1,...IC4) sono LM322 della National, e assomigliano ai popolari NE555 come principio di funzionamento, ma offrono in più quattro caratteristiche essenziali:

1) tensione di lavoro fino a  $\approx 40$  V, 2) stadio di uscita di collettore o di emettitore, 3) "logica" positiva o negativa, 4) maggiore rapidità di commutazione.

Tutti gli LM322 sono connessi in configurazione *boost* (il pin 11 è connesso all'alimentazione positiva  $V^+$  per aumentare la velocità di commutazione, così da permettere durate minime di impulso dell'ordine del microsecondo, e la tensione di  $V_{adj}$  è stabilizzata da una capacità da 2.2nF connessa tra il pin7 e  $V^-$ ).

La figura 7 riporta lo schema funzionale dell'integrato, e la figura 8 mostra la configurazione monostabile qui usata (con uscita di collettore) come pure le relazioni ingresso/uscita per "logica" positiva o negativa.

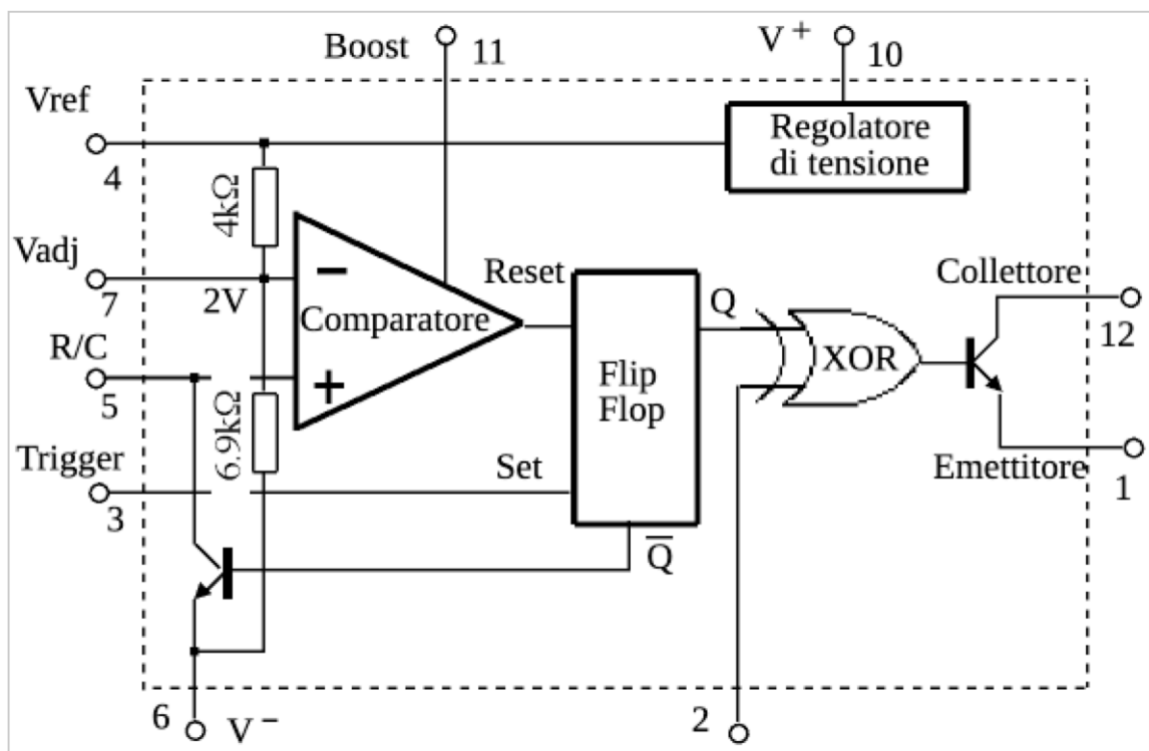


Figura 7 : Schema funzionale del Timer LM322

### Funzionamento del timer LM322

Supponiamo che al tempo  $t=0$  il condensatore C connesso al piedino 5 sia scarico e l'uscita Q alta e quindi l'ingresso non invertente del comparatore sia al potenziale dell'alimentazione negativa  $V^-$ .

L'uscita del comparatore sarà allora a  $V^-$  dal momento che l'ingresso invertente è fisso a  $V^-+2V$ . Il condensatore C si carica positivamente (tendendo alla tensione  $V_{ref}=V^-+3.15$  V) attraverso la resistenza R connessa fra i piedini 5 e 4 fino a raggiungere la tensione di 2V.

A questo istante il comparatore scatta a  $V^+$  e la sua commutazione provoca la commutazione dell'uscita Q del flip-flop da alto a basso.

L'uscita negata dello stesso  $Q$  ( $\bar{Q}$ ) va alta ed accende il transistor che scarica rapidamente a  $V^-$  il condensatore C e lo mantiene scarico fino a che non arriva un nuovo segnale di trigger (da basso ad alto) al flip-flop, che è di tipo R-S (Set-Reset).

Lo stesso segnale di trigger naturalmente provoca anche il ritorno dell'uscita Q a  $V^-$  come all'inizio.

Fra il flip-flop e lo stadio d'uscita è interposto un OR-ESCLUSIVO (X-OR) che serve a trasmettere le commutazioni del flip-flop al transistor di uscita inalterate o invertite a secondo che il suo secondo ingresso ("logica") sia basso oppure alto.

Infatti la tabella di funzionamento di un OR-ESCLUSIVO è:

ingresso 1	ingresso 2	uscita
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Collegando il carico tra il piedino 1 dello LM322 (uscita di emettitore) e l'alimentazione  $V^-$  la tensione sul carico segue l'andamento della tensione d'uscita dello OR-ESCLUSIVO, se invece si collega il carico fra il piedino 12 e l'alimentazione  $V^+$  (uscita di collettore) si ha un andamento invertito.

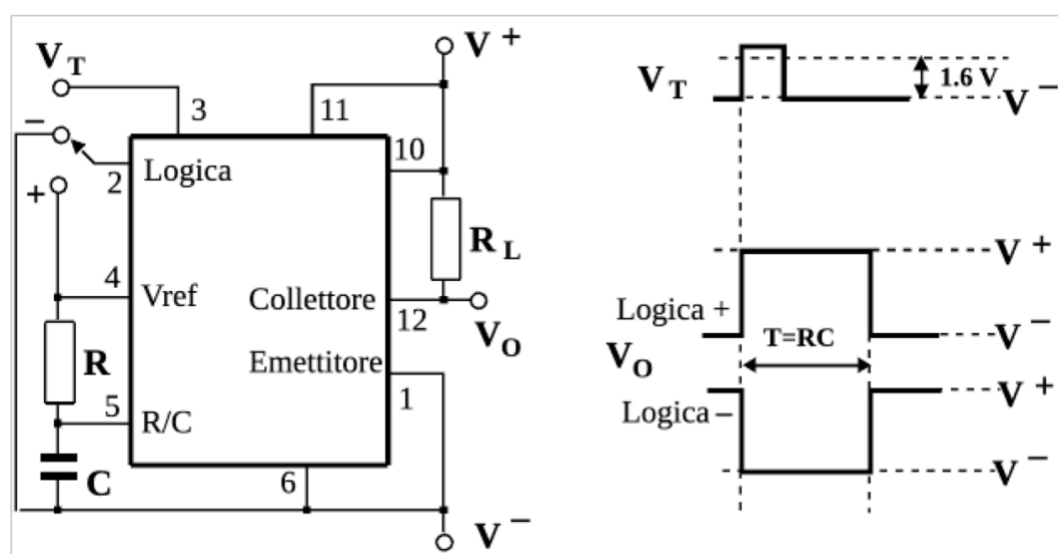


Figura 8 : Configurazione a monostabile del timer LM322

Funzionamento del multivibratore astabile ottenuto con i primi due LM322 (caso del generatore di impulsi negativi, logica negativa ed uscita di collettore): qui  $V^+=0$  e  $V^-=30V$ .

Se ad un certo istante sul piedino 3 (trigger) del primo LM322 arriva un segnale positivo (SET) la sua uscita 12 commuta da  $V^+$  a  $V^-$  e vi si mantiene fino a che il condensatore  $C_1$  da 10 nF si è caricato fino alla tensione fissa di soglia  $V_{adj}=2V$  a cui è tenuto l'ingresso invertente del comparatore. La carica avviene attraverso il "trimmer"  $P_1$  di resistenza  $R_1=50k\Omega$  e quindi dura  $\approx R_1 C_1=0.5ms$ . A questo punto l'uscita 12 torna alta ed il condensatore  $C_1$  viene scaricato (figura 9).

Poiché il trigger del secondo LM322 è collegato con l'uscita del primo LM322 quest'ultima commutazione agisce da SET per il secondo LM322 e perciò porta a  $V^-$  la sua uscita e fa partire il processo di carica del condensatore  $C_2$  (anch'esso da 10 nF) attraverso la resistenza fissa  $R_2=470k\Omega$ . Dopo un tempo  $\approx R_2 C_2=5ms$  il condensatore raggiunge la tensione  $V_{soglia}$ , l'uscita del secondo LM322 torna alta e  $C_2$  viene scaricato.

Ma l'uscita del secondo LM322 è connessa al trigger del primo LM322 e perciò quest'ultimo riprende il ciclo precedente.

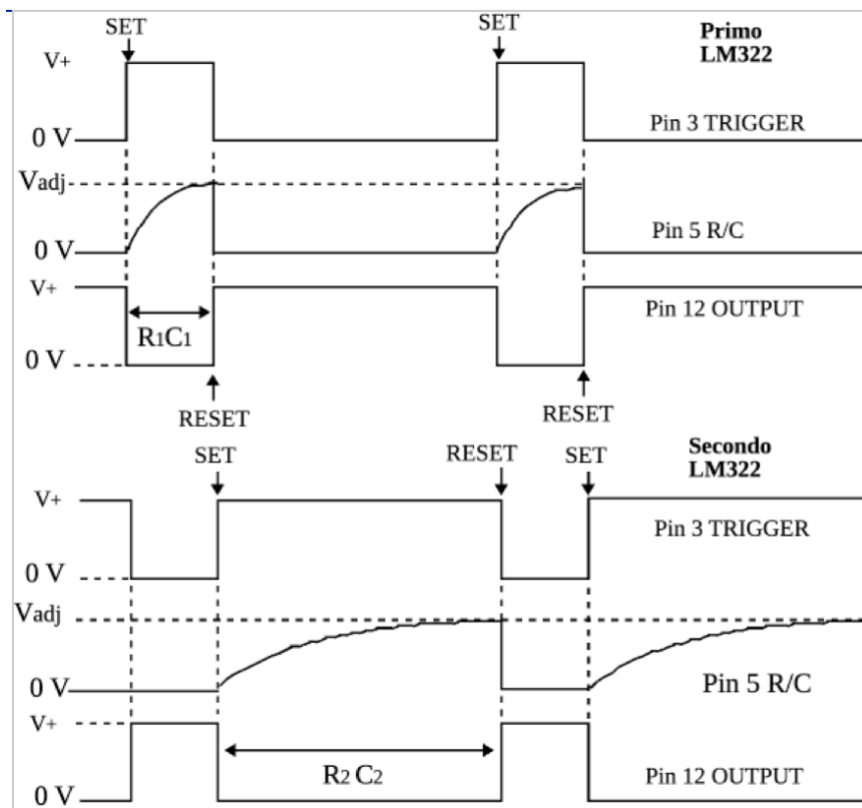


Figura 9 : Forme d'onda del multivibratore

La durata dell'impulso di spazzolamento (tra 20 e 500  $\mu$ s)  $V_S$  è regolata dal potenziometro  $P_1$ , inserito nel circuito RC di uno dei due monostabili collegati ad anello.

Il ritardo è regolato dal potenziometro  $P_2$  posto nel monostabile realizzato mediante IC3. La durata dell'impulso di iniezione è regolata da  $P_3$  nel monostabile IC4.

### Rivelazione del segnale di collettore

Per rivelare il segnale di collettore  $V_c$  è sufficiente un qualunque buon oscilloscopio con sensibilità massima di alcuni millivolt. E' necessario prelevare  $V_c$  attraverso un preamplificatore differenziale che permetta di sottrarre dal segnale di collettore la frazione  $V^*$  del segnale di spazzolamento che si vede al collettore <sup>29</sup>, in modo che l'amplificatore dell'oscilloscopio amplifichi solo il piccolo segnale dovuto all'iniezione di portatori in eccesso.

Lo schema del preamplificatore è riportato nella figura 10.

<sup>29</sup>Nelle stesse ipotesi fatte per la tensione dell'emettitore,  $V^*$  è dato dalla relazione  $V^* = V_s x_c / l$ , dove  $x_c$  è la distanza del collettore dall'estremità del cristallo posta a terra.

Esso utilizza un amplificatore operazionale OP07, che esegue la differenza fra la tensione  $V_C$  proveniente dalla punta (collettore) e la tensione  $\langle V_S$  (con  $\langle$  regolabile fra 0 e 1) proveniente dall'impulsore di Sweep. La resistenza variabile da  $2k\Omega$  va regolata in modo da ottenere una resistenza complessiva di retroazione di circa  $3.9k\Omega$ .

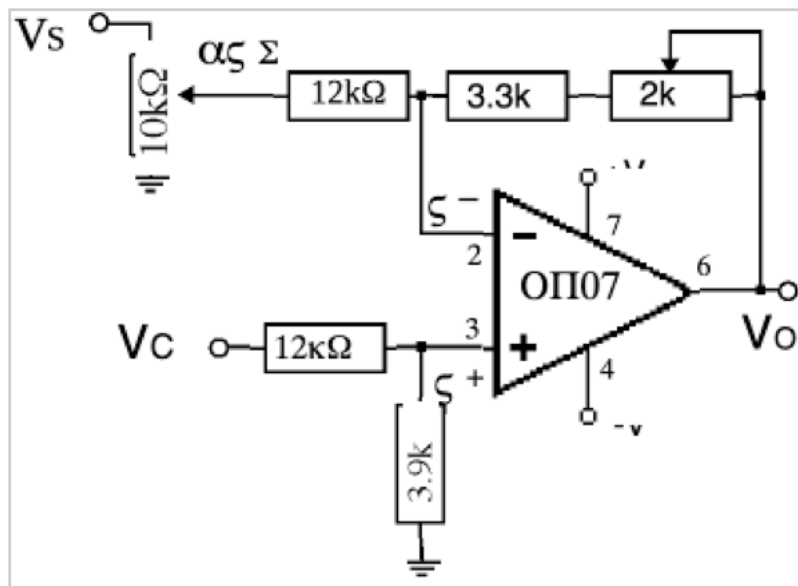


Figura 10 Preamplificatore differenziale

In questo modo la tensione  $V_C$  viene ripartita fra le due resistenze da  $12k\Omega$  e da  $3.9k\Omega$  collegate all'ingresso non invertente per cui la tensione a questo ingresso è  $V_+ = V_C/4$ ; nell'approssimazione che la corrente di polarizzazione dell'AO sia trascurabile si ha inoltre  $(\alpha V_S - V_-)/12 = (V_- - V_O)/4$ , da cui si ottiene  $V_- = (\alpha V_S + 3V_O)/4$ .

Usando poi la relazione  $V_O = A(V_+ - V_-)$  si ottiene  $V_O = (V_C - \alpha V_S)/(3 + 4/A)$ , e facendo tendere  $A$  all'infinito, si ha  $V_O = 1/3(V_C - \alpha V_S)$ .

Allo stesso risultato si giunge considerando che per effetto della retroazione deve essere  $V_+ = V_-$ .

La scelta dei valori delle resistenze nel partitore di  $V_C$  e nella rete di retroazione è stata fatta in modo di ridurre di un fattore 3 le tensioni agli ingressi dell'AO (tensioni di alimentazione  $\pm 15V$ ).

### § 3 Raccolta ed analisi dei dati

Per la riuscita dell'esperimento è importante ottenere, con la procedura descritta in precedenza, una buona "pulizia" del cristallo, condizione dalla quale dipende notevolmente la vita media di ricombinazione. Infatti in cristalli di dimensioni modeste, come quelli qui impiegati, la ricombinazione avviene in prevalenza negli strati superficiali ed è tanto più rapida quanto più numerosi sono i difetti reticolari dovuti al taglio ed alle successive manipolazioni della superficie. Importante è anche la preparazione ed il posizionamento del o dei contatti a punta : se il segnale all'oscilloscopio appare disturbato ed instabile occorre controllare che le punte premano sul cristallo con una forza moderata ma stabile.

Esaminiamo ora una alla volta le misure da eseguire, evidenziando caso per caso le precauzioni da adottare e suggerendo valori orientativi per alcuni parametri.

#### **a) Misura della distanza $d$ tra emettitore e collettore**

Si può fare semplicemente riguardando le punte sulla scala millimetrata posta immediatamente dietro il cristallo. Le distanze utili per l'esperimento vanno da un paio di mm a 1 cm o poco più. Si riesce ad apprezzare 1/4 di mm per cui l'errore su  $d$  va da  $\approx 10\%$  a  $\approx 2\%$ .

#### **b) Valore del campo di spazzolamento $E$**

Si ottiene come rapporto tra la d.d.p.  $V_S$ , prodotta dal primo impulsore e visualizzata su uno dei canali dell'oscilloscopio, e la lunghezza  $l$  del cristallo che si può misurare mediante un calibro ventesimale. Nel far ciò si assume che il cristallo sia omogeneo, e che inoltre le resistenze dei contatti terminali siano trascurabili rispetto alla resistenza del cristallo.

Per verificare la validità di queste ipotesi si può misurare con l'oscilloscopio come varia la d.d.p.  $V_C(x)$  fra l'estremo del cristallo posto a terra e il collettore (togliendo l'emettitore) in funzione della distanza  $x$  fra l'estremo del cristallo ed il collettore. Il campo di spazzolamento è definito punto per punto da  $E(x) = \Delta V_C(x) / \Delta x$ . Se  $E(x)$  così misurato risulta costante al variare di  $x$  la prima assunzione è valida. Se inoltre il valore così ottenuto coincide entro gli errori con  $V_S/l$  anche la seconda assunzione è valida.

#### **c) Misura del tempo di volo $t$**

Nella determinazione del ritardo  $t$  fra i due impulsi e della larghezza a metà altezza  $\otimes t$  si osserverà che, riducendo l'ampiezza  $V_I$  e la durata  $T_I$  dell'impulso di iniezione (a parità di distanza  $d$  e di campo di spazzolamento  $E_S$ )  $t$  e  $\Delta t$  diminuiscono un poco. Questo è dovuto alla inevitabile perturbazione del campo elettrico all'interno del cristallo determinata dai portatori in eccesso iniettati e dall'equivalente quantità di portatori di segno opposto richiamati attraverso i contatti terminali per mantenere il cristallo elettricamente neutro.

Pertanto conviene fare una serie di misure di  $t$  e  $\otimes t$ , riducendo gradualmente  $V_I$  fino a che l'impulso di collettore si riduce quasi a zero (figura 11).

Poiché si osserva che sia  $t$  che  $\Delta t$  decrescono quasi linearmente con  $V_I$ , si possono assumere come



valori corretti quelli che si calcolano estrapolando l'andamento lineare fino a  $V_I = V_E$ , dove  $V_E$  è il potenziale del punto del cristallo dove è appoggiato l'emettitore (per  $V_I \approx V_E$  cessa l'iniezione).  $V_E$  si calcola con la  $V_E = V_S x_E / l$  dove  $x_E$  è la distanza dell'emettitore dall'estremità del cristallo posta a terra ed  $l$  è la lunghezza totale del cristallo.

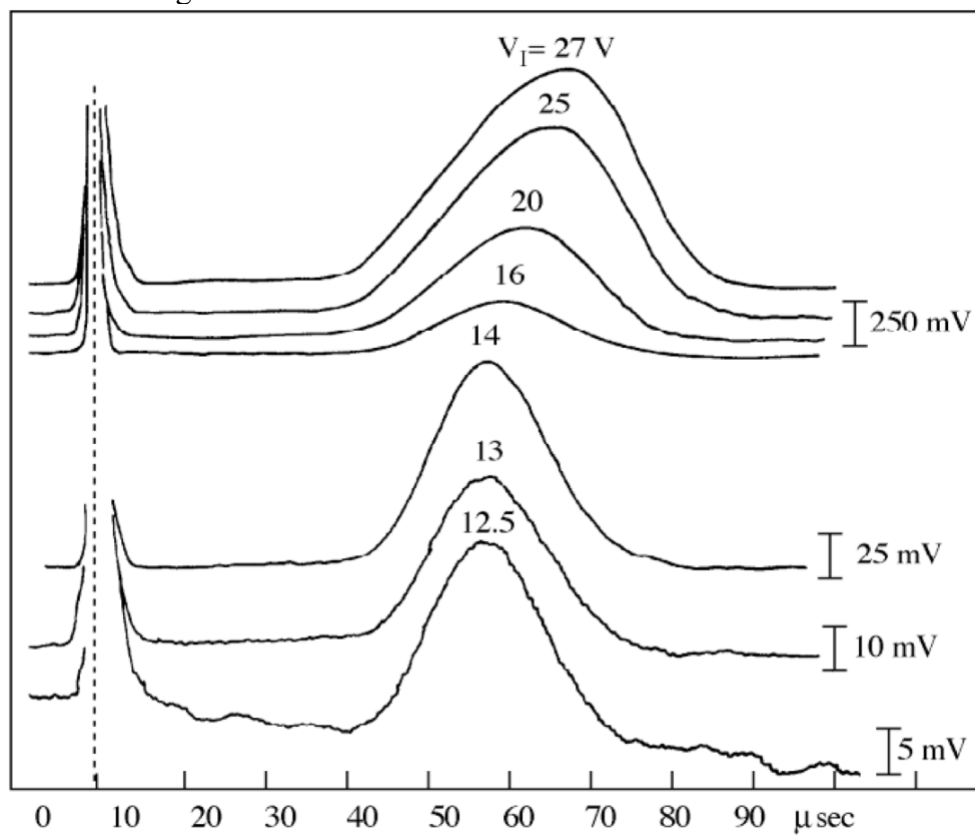


Figura 11: Segnali di collettore per diversi valori dell'impulso di iniezione  $V_I$ . Accanto ad ogni traccia è riportato il fattore di conversione in mV per l'asse verticale.

Se si riesce a misurare l'impulso di collettore per valori assai piccoli di iniezione <sup>30</sup> si può osservare che in realtà i valori di  $t$  e di  $\Delta t$  tendono a diventare indipendenti da  $V_I$  (figura 12) e che il valore di  $t$  e di  $\Delta t$  misurato per "piccola iniezione" è abbastanza prossimo a quello ottenuto coll'estrapolazione sopraddeata.

<sup>30</sup>Questo richiede l'uso di un oscilloscopio a memoria in grado di mediare più letture successive in modo da ridurre l'incertezza derivante dal rumore elettronico.

Riportiamo nella tabella 1 alcuni dati ottenuti con un cristallo di Ge N di dimensioni  $35.0 \cdot 3.3 \cdot 3.0 \text{ mm}^3$ ; i valori di  $t$  e  $\Delta t$  sono stati appunto ottenuti riducendo l'iniezione fino a che  $t$  e  $\Delta t$  non diminuiscono più.

TABELLA 1 : Risultati numerici

d (cm)	$V_S$ (V)	t ( $\mu\text{s}$ )	$\mu$ ( $\text{cm}^2/\text{Vs}$ )	$\Delta t$ ( $\mu\text{s}$ )	$D/\mu$ (V)	$t^{3/2}/d$ ( $\mu\text{s}^{3/2}/\text{cm}$ )
0.81	12	$121 \pm 3$	$1950 \pm 68$	$38 \pm 2$	.0247	1643
0.81	15	$102 \pm 3$	$1850 \pm 71$	$30 \pm 2$	.0271	1272
0.81	20	$78 \pm 2$	$1820 \pm 65$	$21 \pm 2$	.0303	850
0.81	25	$64 \pm 2$	$1770 \pm 70$	$13.5 \pm 1.5$	.0232	632
0.50	8	$108 \pm 3$	$2025 \pm 99$	$54 \pm 3$	.0258	2245
0.50	12.6	$72 \pm 2$	$1930 \pm 94$	$30 \pm 2$	.0282	1222
0.50	20.0	$47 \pm 2$	$1860 \pm 109$	$16 \pm 2$	.0298	644
0.50	28.2	$33.5 \pm 1.5$	$1850 \pm 110$	$9.5 \pm 1.5$	.0292	388

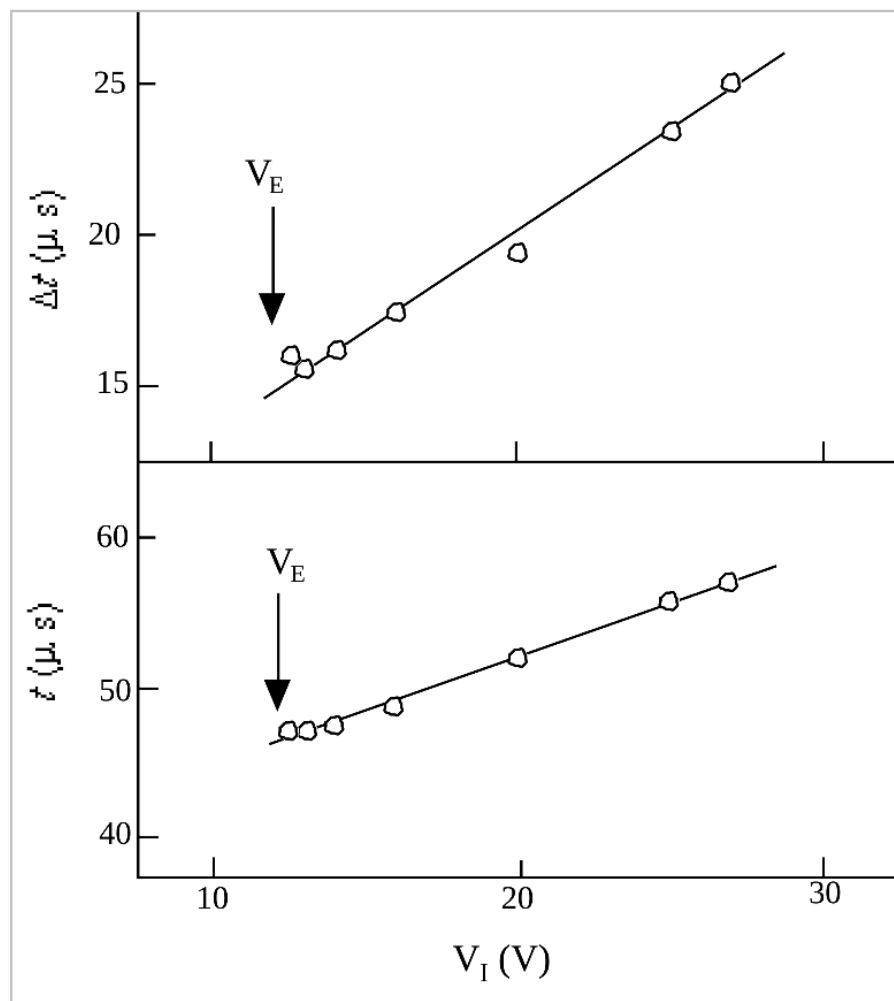


Figura 12:  $t$  e  $\Delta t$  in funzione di  $V_I$

#### d) Valutazione del coefficiente di diffusione D

Si può ottenere, ricorrendo alla relazione [4], tramite la misura della larghezza a metà altezza dell'impulso di collettore. Poiché  $v_d = d/t$  tale relazione si può anche scrivere:

$$\Delta t = \sqrt{11.08 D} (t^{3/2}/d) \quad [6]$$

e quindi riportando la larghezza dell'impulso  $\Delta t$  in funzione di  $t^{3/2}/d$  per diversi valori del ritardo  $t$  e della distanza fra le punte  $d$  si ha una retta la cui pendenza determina  $D$ .

Dai dati della tabella 1, riportati in grafico nella figura 13 si vede appunto che la proporzionalità di  $\Delta t$  a  $t^{3/2}/d$  è ben verificata e si ricava per il coefficiente di diffusione delle lacune  $D_h = (51 \pm 4) \text{ cm}^2/\text{s}$ .

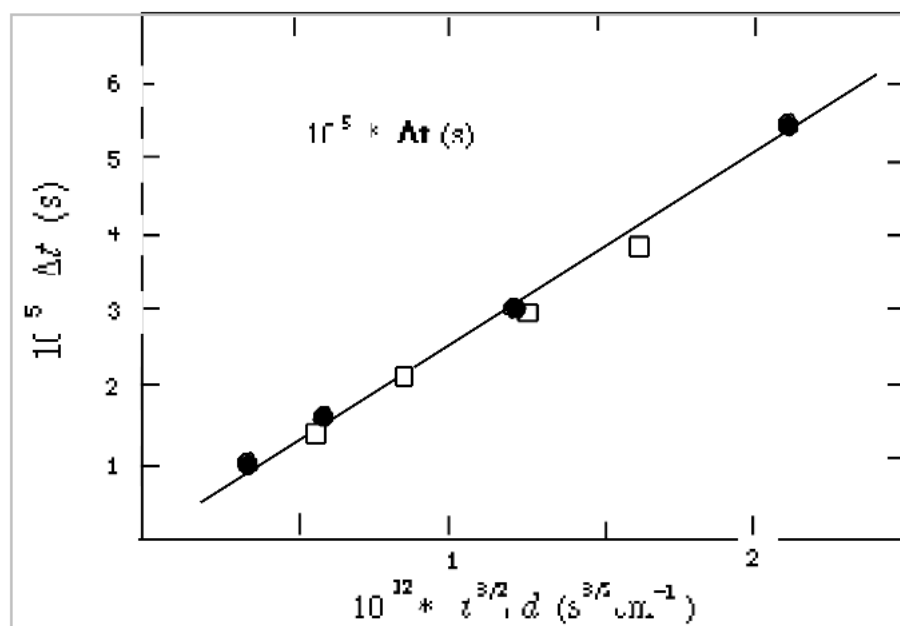


Figura 13  $\Delta t$  in funzione di  $t^{3/2}/d$

Altrimenti si può calcolare il rapporto  $D/\mu$  mediante la formula :

$$D/\mu = (V_S d / 11.08 l) (\Delta t / t)^2 \quad [7]$$

che si ottiene dalla [4] sostituendo  $v_d^2$  con  $(d/t)^2 \mu E_S$ . Il valore così trovato va confrontato con quello fornito dalla relazione di Einstein  $D/\mu = kT/e$  (dove  $k$  è la costante di Boltzmann,  $T$  la temperatura assoluta ed  $e$  la carica elementare) che a 300K dà  $D/\mu = 0.026$  Volt.

I dati di tabella 1 danno per  $D/\mu$  un valore medio  $D/\mu = (0.0273 \pm 0.0026) \text{ V}$  in buon accordo con il valore 0.026 previsto.

### e) Valutazione della vita media di ricombinazione

Si può ottenere semplicemente copiando l'impulso su carta millimetrata trasparente appoggiata sullo schermo dell'oscilloscopio, per poterne misurare l'area  $A$ . Disponendo di un oscilloscopio a memoria interfacciabile a PC, la misura può essere eseguita in modo assai più fedele e meno laborioso, registrando l'impulso ed analizzandolo su calcolatore.

Naturalmente ha significato paragonare le aree osservate a tempi diversi solo per impulsi ottenuti in uguali condizioni di iniezione. Per ottenere ciò si potrebbe pensare di fissare la tensione di spazzolamento  $V_S$  e la tensione di iniezione  $V_I$  e variare la distanza fra le punte, ma ogni volta che si muove una punta cambia la caratteristica del diodo corrispondente (iniettore e/o collettore) e quindi con questo metodo si possono ottenere risultati erranei. Altrimenti si può lavorare a punte fisse e variare invece  $V_S$ . In questo caso per ottenere iniezioni uguali occorre variare  $V_I$  secondo la relazione  $V_I = V_S \times E/l + \Delta V$ , cioè usare una tensione d'iniezione superiore di una quantità fissa  $\Delta V$  rispetto alla tensione del punto dove è piazzato l'emettitore.

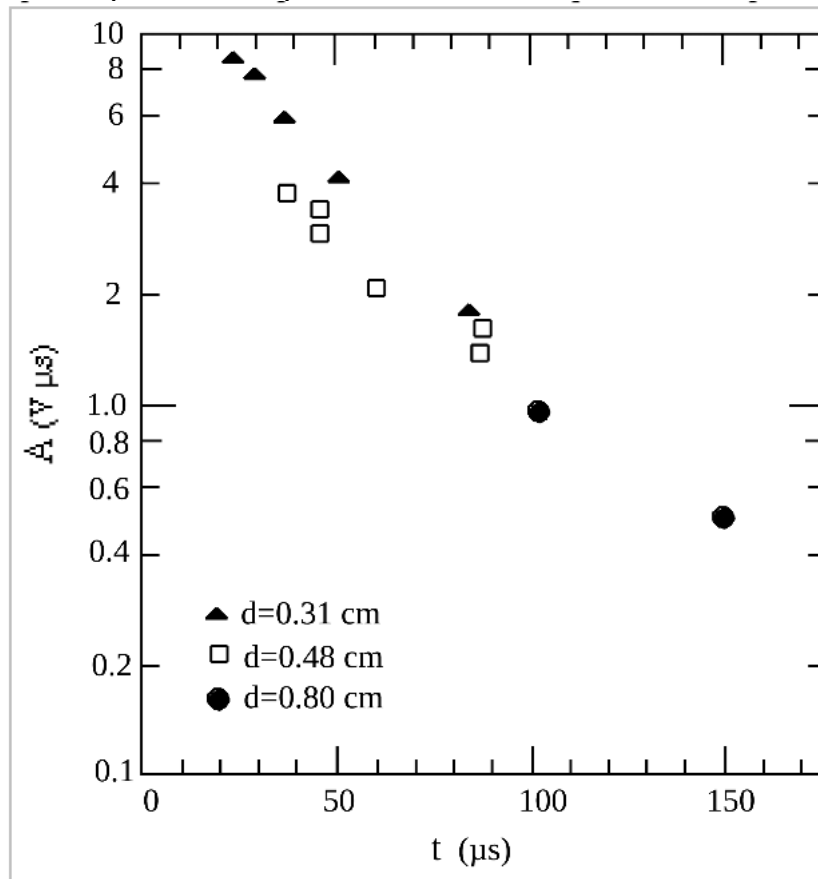


Figura 14: Misure di area dell'impulso per la determinazione della vita media

La vita media di ricombinazione  $\tau$  si ottiene da una interpolazione lineare del grafico in carta semilogaritmica delle aree  $A_i$  in funzione dei corrispondenti ritardi  $t_i$  (figura 14).

Se si hanno solo due misure  $\tau$  si calcola invece semplicemente con la:

$$\tau = (t_2 - t_1) / [\ln A(t_1) - \ln A(t_2)] \quad [8].$$

Le misure di area dell'impulso  $A$  in funzione dei corrispondenti ritardi  $t$ , ottenute con tensioni di iniezione  $V_I = (V_S \times E/l + 3)$  Volt (cioè variando  $V_S$  con  $d$  fissato) e presentate nella figura 14 sono piuttosto disperse e non molto riproducibili. L'unica conclusione che sembra di poterne trarre è che la vita media si aggira attorno ai 50  $\mu s$ .

#### f) Errore sistematico nella misura di $\mu$

I risultati delle misure di mobilità riportati in tabella 1 forniscono un valore medio  $\mu_h = 1882 \text{ cm}^2/Vs$  con una dispersione quadratica media  $\pm 81 \text{ cm}^2/Vs$ .

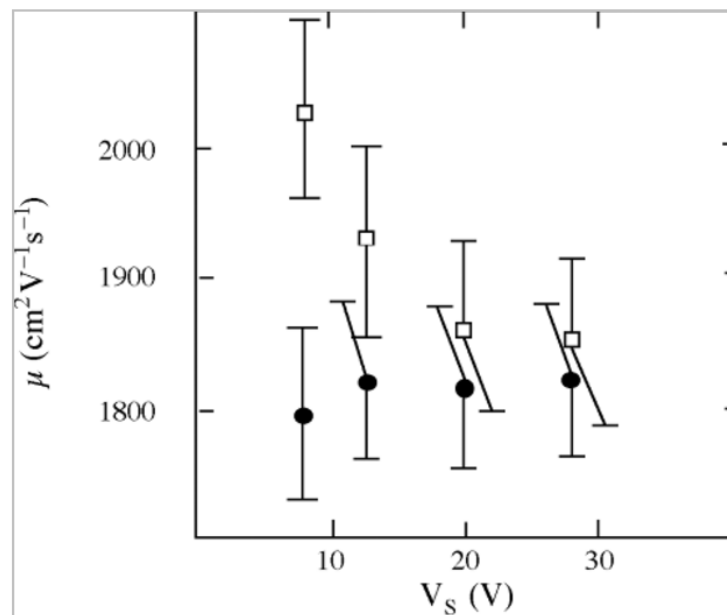


Figura 15 : Mobilità di deriva in funzione della tensione  $V_S$  (per  $d=0.50 \text{ cm}$ ). Quadrati: valori misurati. Tondi valori corretti con le relazioni (9-10)

Si può tuttavia osservare (figura 15) che vi è una dipendenza sistematica di  $\mu$  dal valore del campo di spazzolamento: lo sparpagliamento dei valori ottenuti per  $\mu$  supera l'errore delle singole misure stimato in base alla precisione delle misure di  $t$ ,  $V_S$  e delle distanze  $l$  e  $d$ .

Questo effetto sistematico è dovuto alla diffusione e ricombinazione dei portatori e si fa sentire maggiormente per piccoli valori di  $V_S$ . E' stato analizzato in dettaglio da J.P McKelvey<sup>31</sup> il quale ha dedotto una semplice formula correttiva:

$$\mu_{\text{corretta}} = \mu (\sqrt{1+x^2} - x) \approx \mu (1 - 1/2 x) \quad [9]$$

nella quale il parametro  $x$  ha l'espressione:

<sup>31</sup>J.P.McKelvey : *Diffusion effects in drift mobility measurements in semiconductors*, Journal of Applied Physics **27**,341 (1956)

$$x = \sqrt{\frac{2kT}{eV_{SD}}} \left( \frac{t}{\tau} + 1/2 \right) \quad [10].$$

Assumendo per la vita media di ricombinazione il valore  $\tau=50$  [s suggerito dalle misure di area dell'impulso riportate in figura 14 si trovano valori di  $\mu_{\text{corretta}}$  molto meno dispersi attorno al valore medio, ad esempio nel caso  $d=5.0$  mm si ottiene  $\mu_{\text{corretta}}=1813$  cm<sup>2</sup>/Vs con una dispersione quadratica media di  $\pm 12$  cm<sup>2</sup>/Vs .

### **Appendice 1 : contatti metallo-semiconduttore** (vedi S. Wang §7.9)

Le superfici libere dei campioni di semiconduttore sono ricoperte da un sottile (10-20 Å) strato di ossido. A causa della diversa struttura cristallina e del diverso passo reticolare fra lo strato di ossido ed il semiconduttore sottostante si producono imperfezioni strutturali e questi creano livelli energetici permessi entro l'energy gap del semiconduttore. Lo stesso effetto può essere prodotto da ioni catturati ("chemisorbed") entro l'ossido dall'ambiente.

Questi livelli energetici addizionali vengono chiamati *stati superficiali* .

Gli stati superficiali possono catturare sia cariche positive che cariche negative.

Se abbiamo un contatto metallo-ossido-Ge N gli stati superficiali catturano alcuni elettroni liberi dall'interno del Ge, si forma quindi un doppio strato di cariche: negative in superficie, positive (cariche fisse degli ioni donori) all'interno. Si crea cioè una barriera di potenziale simile a quella di una giunzione PN ma con la differenza che le cariche negative sono solo in superficie mentre quelle positive sono distribuite entro uno strato esteso all'interno del semiconduttore. Il potenziale è più alto verso l'interno del semiconduttore.

Se dall'esterno si applica una d.d.p. con il metallo negativo rispetto al semiconduttore la barriera aumenta e quindi non si ha passaggio di corrente (di portatori maggioritari, cioè elettroni). Viceversa se si fa positivo il metallo e negativo il semiconduttore la barriera si abbassa e si ha passaggio di corrente. La situazione corrisponde ad un diodo con l'"anodo" dalla parte del metallo ed il "catodo" dalla parte del semiconduttore.

Invece per un contatto metallo-ossido-Ge P gli stati superficiali catturano lacune dall'interno del semiconduttore e le polarità del doppio strato e del diodo sono rovesciate.

### **Appendice 2: la diffusione dei portatori in eccesso**

Un fenomeno che contribuisce a ristabilire le condizioni di equilibrio in un semiconduttore soggetto ad iniezione di cariche in eccesso è la *diffusione* .

Infatti se i portatori vengono iniettati localmente (cioè non uniformemente distribuiti nel volume del campione) essi tendono a diffondere dalle regioni ove la concentrazione è maggiore a quelle dove la concentrazione è minore.

In assenza di campi elettrici esterni, e per piccole perturbazioni, il fenomeno è descritto da una semplice equazione di conservazione della carica:  $\mathbf{j} = -D \mathbf{grad} n$ , [A.1]  
ove  $j$  è il flusso [numero/(cm<sup>2</sup>s)] di portatori,  $n$  la loro concentrazione (numero/cm<sup>3</sup>) e  $D$  è il coefficiente di diffusione che ha le dimensioni di un'area per unità di tempo (cm<sup>2</sup> s<sup>-1</sup> nel sistema CGS).

Risolvendo l'equazione di trasporto di Boltzmann, si ricava l'espressione approssimata:  $D = \langle v \rangle \lambda / 3$ , dove  $\langle v \rangle$  è la velocità media termica dei portatori e  $\lambda$  il loro cammino libero medio. Poiché  $\lambda \approx \langle v \rangle t_c$  dove  $t_c$  è il tempo medio che separa due collisioni, e  $\langle v \rangle \approx \sqrt{3kT/m}$ , si può riscrivere  $D$  in funzione di  $t_c$ :  $D \approx kT t_c / m$ .

Se poi si ricorda che anche la mobilità  $\mu$  è funzione di  $t_c$  e di  $m$  ( $\mu = e t_c / m$ ), si ottiene la relazione di Einstein:

$$D/\mu = kT/e \quad [A.2]$$

A temperatura ambiente ( $T=300$  K)  $D/\mu=0.026$  V.

L'equazione che determina il trasporto e la ricombinazione dei portatori minoritari in eccesso, per un cristallo drogato  $N$  ( $n \gg p$ ), in un caso unidimensionale, e supponendo che sia sempre rispettata la condizione di debole iniezione  $\Delta n \ll n_0$  è:

$$\partial p_1 / \partial t = D_h \partial^2 p_1 / \partial x^2 + \mu_h E_x \partial p_1 / \partial x - p_1 / \tau + G \quad [A.3]$$

indicando con  $E_x$  il campo elettrico applicato secondo l'asse  $x$ , con  $\mu_h$  e  $D_h$  la mobilità ed il coefficiente di diffusione delle lacune. Il termine  $G$  è presente solo se esiste un agente esterno (ad es. un fascio di luce) che crea  $G$  coppie elettrone-lacuna per secondo. L'equazione [A.3] deriva dalla equazione di continuità

$$\partial p_1 / \partial t = -1/e \partial J_h / \partial x - p_1 / \tau + (G) \quad [A.4]$$

e dall'espressione della densità di corrente  $J_h =$  corrente di diffusione + corrente di deriva

$$J_h = -e D_h \partial p / \partial x + e \mu_h p E_x \quad [A.5]$$

con le ulteriori assunzioni  $p \ll n_0$  e bassa iniezione (vedi Wang § 7.6).

Risolvendo questa equazione nel caso in cui manchi il campo elettrico ( $E_x=0$ ) e si iniettino in un tempo infinitesimo, a  $t=0$  e in  $x=0$ , un numero  $N_0$  di lacune si trova che ai tempi successivi le lacune, oltre che ricombinarsi con vita media  $\tau$  si sparpagliano in  $x$  secondo la distribuzione gaussiana:

$$p_1(x,t) = (N_0 / \sqrt{4\pi D_h t}) \exp \{-t/\tau\} \exp \{-x^2/(4D_h t)\} \quad [A.6]$$

la cui larghezza a metà altezza  $\Delta x$  è data dalla:

$$(\Delta x)^2 = 16 \ln 2 D_h t = 11.08 D_h t. \quad [A.7]$$

### Appendice 3: principio di funzionamento del diodo LASER

(S. Sze: *Dispositivi a semiconduttore* §7.3)

La struttura più semplice è quella del LASER ad omogiunzione cioè una giunzione PN costituita dallo stesso materiale (ad es. GaAs) drogato P su di un lato ed N sull'altro (figura A.1). La luce viene prodotta dalle ricombinazioni elettrone-lacuna che avvengono nella zona della giunzione, che funziona come una cavità Fabry-Perot, ed esce da un lato del dispositivo lavorato otticamente mentre gli altri lati sono resi ruvidi per impedire l'emissione.

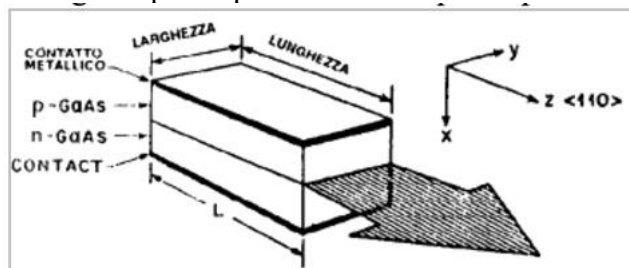


Figura A.1: geometria di un LASER a semiconduttore ad omogiunzione

Il drogaggio del semiconduttore deve essere così spinto da renderlo degenere cioè tale che il livello di Fermi  $E_F$  sia all'interno della banda di conduzione per la parte N ed all'interno della banda di valenza per la parte P (figura A.2a).

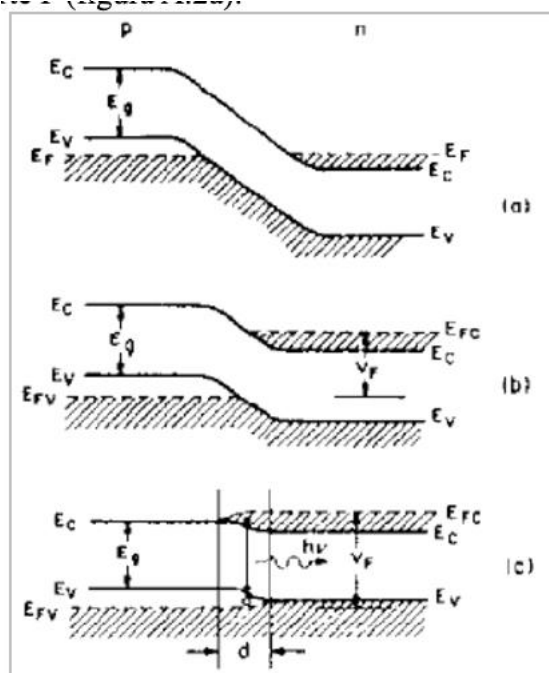


Figura A.2: diagrammi a bande di energia per una giunzione PN degenere (a) all'equilibrio termodinamico, (b) in polarizzazione diretta, (c) in condizioni di alto livello di iniezione

Applicando una polarizzazione diretta al diodo (figura A.2b) gli elettroni sono iniettati dal lato N e le lacune sono iniettate dal lato P nella regione di giunzione. Quando viene applicata una polarizzazione diretta di ampiezza sufficiente (fig A.2c) si ha un'intensa iniezione di portatori ossia forti concentrazioni di elettroni e lacune vengono iniettate nella regione di giunzione. Di



conseguenza la regione d (figura A.2c) contiene una forte concentrazione di elettroni nella banda di conduzione e una forte concentrazione di lacune nella banda di valenza, in questa condizione si ha inversione di popolazione. Perché abbiano luogo transizioni banda-banda l'energia minima richiesta è pari all'ampiezza della banda proibita,  $E_g$ . Perciò si può scrivere la condizione necessaria all'inversione di popolazione nella forma  $(E_{FC}-E_{FV}) > E_g$ .

L'emissione di un diodo LASER non è monocromatica perché sono presenti molti modi longitudinali determinati dalla lunghezza  $L$  ( $L \approx 300 \text{ } \mu\text{m}$ ) della cavità Fabry-Perot. Infatti si ha la condizione di risonanza quando le due superfici terminali della cavità distano un numero intero di mezze lunghezze d'onda, perché in tale situazione il fascio di luce coerente si riflette successivamente fra i due piani esaltandosi. Pertanto, affinché l'emissione stimolata possa aver luogo, la lunghezza  $L$  deve soddisfare alla condizione:

$$m\lambda = 2 n L,$$

dove  $m$  è un numero intero ed  $n$  è l'indice di rifrazione del semiconduttore alla lunghezza d'onda  $\lambda$  ( $n \approx 3$ ). La separazione  $\Delta\lambda$  fra i modi permessi nella direzione longitudinale è la differenza fra le lunghezze d'onda relative ai modi  $m$  ed  $m+1$ , cioè  $\Delta\lambda = \lambda/(m+1)$  e, dato che  $m$  vale  $\approx 200$  ( $m = 2 n L / \lambda \approx 2 \cdot 3 \cdot 300 \text{ } (\mu\text{m}) / 0.9 \text{ } (\mu\text{m}) = 200$ ), si ha  $\Delta\lambda \approx 45 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

Con opportune modifiche della geometria della cavità (LASER a cavità accoppiate) si riesce tuttavia ad ottenere emissione monocromatica.

## Interfacciamento a Personal Computer

L'interfaccia va alimentata tramite l'alimentatore a 9V dc connesso a rete e collegata al PC tramite la porta seriale RS232 con l'apposito cavo e poi accesa. Se il PC è un Mac basta avviare l'applicazione DataLogger e la interfaccia viene subito riconosciuta e viene mostrata la schermata di default con un grafico pronto a mostrare i valori acquisiti da due ingressi in funzione del tempo. Se il PC è un IBM-compatibile si deve segnalare alla applicazione Logger (che lavora in ambiente DOS) che l'interfaccia è connessa alla porta seriale COM1 per farla riconoscere.

Si possono usare due procedure, a seconda che sia o no disponibile una acquisizione automatica del valore della rotazione del reticolo (angolo R), mediante un potenziometro o altro tipo di sensore di rotazione (es. encoder) collegato aad un terzo ingresso analogico della interfaccia. Ove tale acquisizione automatica non sia disponibile si usa la modalità di acquisizione "PROMPT" del software Logger (o DataLogger su Mac) che consente di registrare i valori letti dagli ingressi nell'istante in cui si dà il segnale di acquisizione (KEEP), e in corrispondenza di tali valori si può registrare il valore di una altra grandezza nota (in questo caso il valore dell'angolo R letto dall'operatore).

Per attivare il modo "PROMPT" si deve prima informare il sistema che si vuole registrare manualmente la variabile R (da menù Data si attiva il sottomenù NewColumn) e si scelgono eventualmente le operazioni matematiche da eseguire sulle varie colonne di dati che saranno memorizzate nel database (DataTable) e le unità di misura da assegnare ad ogni colonna. Ad esempio si può calcolare il valore della lunghezza d'onda (in  $\mu\text{m}$ ) corrispondente alla rotazione R (in gradi) tramite la relazione  $\lambda = 2a \cos\psi \sin R$ .

### Appendice : Il rivelatore "lock-in" o a sensibilità di fase.

E' un amplificatore selettivo a banda passante molto stretta centrata attorno alla frequenza  $\omega_0$  del segnale di riferimento, ossia di un segnale (sinusoidale o ad onda quadra) che ha la stessa frequenza ed è correlato in fase col segnale da rivelare.

Ad esempio nell'esperimento della fotoconducibilità il segnale di riferimento è ottenuto mediante un fototransistor che viene illuminato dallo stesso fascio luminoso modulato che induce la fotoconducibilità nel campione in esame.

Il nome "lock-in" esprime appunto il fatto che il rivelatore è "agganciato" alla frequenza del segnale di riferimento.

Il rivelatore "lock-in" consiste essenzialmente di un circuito che esegue l'operazione di moltiplicazione fra il segnale da rivelare ed il segnale di riferimento, seguito da un filtro RC passa basso.

Il segnale in ingresso avrà una componente a frequenza  $\omega_0$ , che è quella che interessa rivelare, mascherata da tutto uno spettro di frequenze di disturbo ("rumore")

Se supponiamo che il segnale di riferimento sia sinusoidale  $V_R = V_R^0 \cos \omega_0 t$

e consideriamo la componente di frequenza generica  $\omega_1$  nel segnale d'ingresso

$$V_S = V_S^0 \cos (\omega_1 t + \phi),$$

dopo il moltiplicatore avremo il segnale di tensione:

$$V_S V_R = 1/2 V_S^0 V_R^0 \{ \cos[(\omega_0 + \omega_1)t + \phi] + \cos[(\omega_0 - \omega_1)t - \phi] \},$$

cioè una frequenza somma  $\omega_0 + \omega_1$  ed una frequenza differenza  $\omega_0 - \omega_1$ .

All'uscita del filtro passa-basso, se la sua frequenza di taglio  $\omega_T = 1/RC$  è molto minore di  $\omega_0$ , avremo solo la componente di bassa frequenza  $\omega_0 - \omega_1$ .

In particolare se consideriamo la componente del segnale in ingresso che interessa rivelare, cioè se poniamo  $\omega_1 = \omega_0$ , avremo dopo il moltiplicatore la tensione

$$\frac{1}{2} V_S^0 V_R^0 [\cos(2\omega_0 t + \phi) + \cos\phi]$$

e dopo il filtro passa-basso avremo solo una tensione continua

$$V_{out} = \frac{1}{2} V_S^0 V_R^0 \cos\phi.$$

Il segnale di tensione in uscita è quindi proporzionale all'ampiezza del segnale da rivelare ( $V_S^0$ ) ed al coseno dello sfasamento fra tale segnale ed il segnale di riferimento, da cui il nome di rivelatore a sensibilità di fase.

Per quanto riguarda le componenti di rumore passano solo quelle di frequenza molto prossima ad  $\omega_0$  e precisamente quelle per cui  $|\omega_0 - \omega_1| \leq \omega_T = 1/RC$

ed il loro effetto è quello di modulare a bassissima frequenza  $V_{out}$ .

Se invece si usa un segnale di riferimento ad onda quadra, poichè questo si può sviluppare in serie di Fourier

$$V_R = \frac{4}{\pi} V_R^0 \{ \cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \},$$

dopo il moltiplicatore avremo una tensione contenente tutte le frequenze somma e differenza di  $\omega_1$  e delle armoniche dispari di  $\omega_0$ :

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} V_S^0 V_R^0 \{ \cos[(\omega_0 + \omega_1)t + \phi] + \cos[(\omega_0 - \omega_1)t - \phi] - \frac{1}{3} \cos[(3\omega_0 + \omega_1)t + \phi] \\ & + \frac{1}{3} \cos[(3\omega_0 - \omega_1)t - \phi] + \frac{1}{5} \cos[(5\omega_0 + \omega_1)t + \phi] - \frac{1}{5} \cos[(5\omega_0 - \omega_1)t - \phi] - \\ & - \dots \}. \end{aligned}$$

Dopo il filtro passa-basso sopravvivono solo il segnale che interessa, con ampiezza

$$\frac{2}{\pi} V_S^0 V_R^0 \cos\phi$$

e quelle componenti di rumore per le quali sia  $|\omega_0 - \omega_1| \leq \omega_T$ , oppure  $|3\omega_0 - \omega_1| \leq \omega_T$ , oppure  $|5\omega_0 - \omega_1| \leq \omega_T$  ecc. ecc., cioè rispetto al caso del riferimento sinusoidale ci sono delle ulteriori "finestre di rumore" centrate attorno alle frequenze multiple dispari della frequenza  $\omega_0$ .

Nonostante questo svantaggio, nella pratica spesso si preferisce questo caso perchè è più semplice produrre un segnale di riferimento ben stabile in ampiezza se questo è ad onda quadra piuttosto che di forma sinusoidale. In particolare il lock-in usato nell'esperimento sulla fotoconduttività può essere visto come un circuito che moltiplica il segnale d'ingresso per un'onda quadra di ampiezza unitaria ( $V_R^0 = 1$ ).

### Alcuni riferimenti bibliografici

- A.Sconza e G.Torzo: *Spectroscopic Measurement of the Semiconductor Energy Gap* Am. J. Phys. **62**, 732-737 (1994)  
A.Sconza e G.Torzo: *A simple apparatus for the measurement of minority carriers lifetime in Semiconductors* European J. Phys. **6**, 295-298 (1985)  
J.M. Essick and R.T. Mather, *Characterization of a bulk semiconductor's band gap via a near-absorption edge optical transmission experiment*, American J. Phys. **61**, 646-649 (1993).  
H.M. Rosenberg *The Solid State*, Oxford University Press (1987).  
R. Wolfson, *The lock-in amplifier: A student experiment*, American J. Phys. **59**, 569-572 (1991)  
P.A. Temple, *An introduction to phase-sensitive amplifiers: An inexpensive student instrument*, American J. Phys. **43**, 801-807 (1975)  
G.Torzo, G.Delfitto, *Cos'è un lock-in ? a che cosa serve ? come costruirne uno ?* La Fisica nella Scuola, **XXVII**, 182-190 (1994)